

Z PODSTAWY PROGRAMOWEJ
DO WYMAGAŃ EGZAMINACYJNYCH

PREZENTACJA ZAWIERA:

- Podstawę programową dla szkoły podstawowej z matematyki.
- Na czerwono wyróżnione treści podstawy programowej, które nie zostały ujęte w treściach wymagań egzaminacyjnych.
- Wyróżnione treści wymagań egzaminacyjnych, które powstały ze złożenia kilku punktów z podstawy programowej.
- Zadania egzaminacyjne – dyskusja.

	Treści nauczania – wymagania szczegółowe 4 - 6
	I. Liczby naturalne w dziesiętkowym układzie pozycyjnym. Uczeń:
I.1	1. zapisuje i odczytuje liczby naturalne wielocyfrowe;
I.2	2. interpretuje liczby naturalne na osi liczbowej;
I.3	3. porównuje liczby naturalne;
I.4	4. zaokrągla liczby naturalne;
	5. liczby w zakresie do 3 000 zapisane w systemie rzymskim przedstawia w systemie dziesiętkowym, a zapisane w systemie dziesiętkowym przedstawia w systemie rzymskim.

Informator o egzaminie
ósmoklasisty z matematyki
od roku szk. 2018/2019

Zadanie 2. (0–1)

Marta zapisała w systemie rzymskim cztery liczby: CLXX, CXC, CCLXX oraz CCL.

Która z nich znajduje się na osi liczbowej najbliżej liczby 200? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

A. CLXX

B. CXC

C. CCLXX

D. CCL

	II. Działania na liczbach naturalnych. Uczeń:
II.1	1. dodaje i odejmuje w pamięci liczby naturalne dwucyfrowe lub większe, liczbę jednocyfrową dodaje do dowolnej liczby naturalnej i odejmuje od dowolnej liczby naturalnej;
II.2	2. dodaje i odejmuje liczby naturalne wielocyfrowe sposobem pisemnym i za pomocą kalkulatora;
II.3	3. mnoży i dzieli liczbę naturalną przez liczbę naturalną jednocyfrową lub dwucyfrową lub trzycyfrową sposobem pisemnym, w pamięci (w najprostszych przykładach) i za pomocą kalkulatora (w trudniejszych przykładach);
II.4	4. wykonuje dzielenie z resztą liczb naturalnych;
II.5	5. stosuje wygodne dla siebie sposoby ułatwiające obliczenia, w tym przemienność i łączność dodawania i mnożenia oraz rozdzielność mnożenia względem dodawania;
II.6	6. porównuje liczby naturalne z wykorzystaniem ich różnicy lub ilorazu;
II.7	7. rozpoznaje liczby podzielne przez 2, 3, 4, 5, 9, 10, 100;
II.8	8. rozpoznaje liczbę złożoną, gdy jest ona jednocyfrowa lub dwucyfrowa, a także gdy na istnienie dzielnika właściwego wskazuje cecha podzielności;
II.9	9. rozkłada liczby dwucyfrowe na czynniki pierwsze;
II.10	10. oblicza kwadraty i sześciany liczb naturalnych;
II.11	11. stosuje reguły dotyczące kolejności wykonywania działań;
	12. szacuje wyniki działań;
	13. znajduje największy wspólny dzielnik (NWD) w sytuacjach nie trudniejszych niż typu NWD(600, 72), NWD(140, 567), NWD(10000, 48), NWD(910, 2016) oraz wyznacza najmniejszą wspólną wielokrotność dwóch liczb naturalnych metodą rozkładu na czynniki;
	14. rozpoznaje wielokrotności danej liczby, kwadraty, sześciany, liczby pierwsze, liczby złożone;
	15. odpowiada na pytania dotyczące liczebności zbiorów różnych rodzajów liczb wśród liczb z pewnego niewielkiego zakresu (np. od 1 do 200 czy od 100 do 1000), o ile liczba w odpowiedzi jest na tyle mała, że wszystkie rozważane liczby uczeń może wypisać;
	16. rozkłada liczby naturalne na czynniki pierwsze, w przypadku gdy co najwyżej jeden z tych czynników jest liczbą większą niż 10;
	17. wyznacza wynik dzielenia z resztą liczby a przez liczbę b i zapisuje liczbę a w postaci: $a=b*q+r$

	III. Liczby całkowite. Uczeń:
	1. podaje praktyczne przykłady stosowania liczb ujemnych;
III.1	2. interpretuje liczby całkowite na osi liczbowej;
	3. oblicza wartość bezwzględną;
III.2	4. porównuje liczby całkowite;
III.3	5. wykonuje proste rachunki pamięciowe na liczbach całkowitych.

	IV. Ułamki zwykłe i dziesiętne. Uczeń:
IV.1	1. opisuje część danej całości za pomocą ułamka;
IV.2	2. przedstawia ułamek jako iloraz liczb naturalnych, a iloraz liczb naturalnych jako ułamek zwykły;
IV.3	3. skraca i rozszerza ułamki zwykłe;
IV.4	4. sprowadza ułamki zwykłe do wspólnego mianownika;
IV.5	5. przedstawia ułamki niewłaściwe w postaci liczby mieszanej, a liczbę mieszaną w postaci ułamka niewłaściwego;
IV.6	6. zapisuje wyrażenia dwumianowane w postaci ułamka dziesiętnego i odwrotnie;
IV.7	7. zaznacza i odczytuje ułamki zwykłe i dziesiętne na osi liczbowej oraz odczytuje ułamki zwykłe i dziesiętne zaznaczone na osi liczbowej;
IV.8	8. zapisuje ułamki dziesiętne skończone w postaci ułamków zwykłych;
IV.9	9. zamienia ułamki zwykłe o mianownikach będących dzielnikami liczb 10, 100, 1 000 itd. na ułamki dziesiętne skończone dowolną metodą (przez rozszerzanie lub skracanie ułamków zwykłych, dzielenie licznika przez mianownik w pamięci, pisemnie lub za pomocą kalkulatora);
IV.10	10. zapisuje ułamki zwykłe o mianownikach innych niż wymienione w pkt 9 w postaci rozwinięcia dziesiętnego nieskończonego (z użyciem wielokropka po ostatniej cyfrze), uzyskane w wyniku dzielenia licznika przez mianownik w pamięci, pisemnie lub za pomocą kalkulatora;
IV.11	11. zaokrągla ułamki dziesiętne;
IV.12	12. porównuje ułamki (zwykłe i dziesiętne);
	13. oblicza liczbę, której część jest podana (wyznacza całość, z której określono część za pomocą ułamka);
	14. wyznacza liczbę, która powstaje po powiększeniu lub pomniejszeniu o pewną część innej liczby.

IV. Ułamki zwykłe i dziesiętne. Uczeń:

13. oblicza liczbę, której część jest podana (wyznacza całość, z której określono część za pomocą ułamka);

CKE kwiecień 2019

Zadanie 19. (0–3)

Z okazji dnia sportu w godzinach od 9:00 do 12:00 przeprowadzono połowę z wszystkich konkurencji zaplanowanych na cały dzień, a między 12:00 a 14:00 – jeszcze $\frac{1}{3}$ z pozostałych. O godzinie 14:00 z powodu deszczu zakończono zawody. W tym dniu nie przeprowadzono 12 zaplanowanych konkurencji. Ile konkurencji planowano przeprowadzić podczas całego dnia sportu? Zapisz obliczenia.

	V. Działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych. Uczeń:
V.1	1.dodaje, odejmuje, mnoży i dzieli ułamki zwykłe o mianownikach jedno- lub dwucyfrowych, a także liczby mieszane;
V.2	2.dodaje, odejmuje, mnoży i dzieli ułamki dziesiętne w pamięci (w przykładach najprostszych) lub pisemnie- i za pomocą kalkulatora (w przykładach trudnych);
V.3	3.wykonuje nieskomplikowane rachunki, w których występują jednocześnie ułamki zwykłe i dziesiętne;
V.4	4.porównuje ułamki z wykorzystaniem ich różnicy;
V.5	5.oblicza ułamek danej liczby całkowitej-naturalnej;
V.6	6.oblicza kwadraty i sześciany ułamków zwykłych i dziesiętnych oraz liczb mieszanych;
V.7	7.oblicza wartość prostych wyrażeń arytmetycznych, stosując reguły dotyczące kolejności wykonywania działań;
V.8	8.wykonuje działania na ułamkach dziesiętnych, używając własnych, poprawnych strategii lub za pomocą kalkulatora;
	9.oblicza wartości wyrażeń arytmetycznych, wymagających stosowania działań arytmetycznych na liczbach całkowitych lub liczbach zapisanych za pomocą ułamków zwykłych, liczb mieszanych i ułamków dziesiętnych, także wymiernych ujemnych o stopniu trudności nie większym niż w przykładzie $-\frac{1}{2} : 0,25 + 5,25 : 0,05 - 7\frac{1}{2} \cdot \left(2,5 - 3\frac{2}{3}\right) + 1,25.$

	VI. Elementy algebry. Uczeń:
IX.1	1. korzysta z nieskomplikowanych wzorów, w których występują oznaczenia literowe, opisuje wzór słowami;
IX.4	2. stosuje oznaczenia literowe nieznanymi wielkościami liczbowymi i zapisuje-proste wyrażenia algebraiczne na podstawie informacji osadzonych w kontekście praktycznym, na przykład zapisuje obwód trójkąta o bokach: $a, a+2, b$ rozwiązuje równania pierwszego stopnia z jedną niewiadomą występującą po jednej stronie równania (przez zgadywanie, dopełnianie lub wykonanie działania odwrotnego), na przykład $\frac{x-2}{3} = 4.$

Zapis wymagania egzaminacyjnego złożony jest z zapisów podstawy programowej VI.2 (IV – VI) oraz III.3 (VII – VIII)

IX.4 stosuje oznaczenia literowe nieznanymi wielkościami liczbowymi i zapisuje zależności przedstawione w zadaniach w postaci wyrażeń algebraicznych jednej lub kilku zmiennych

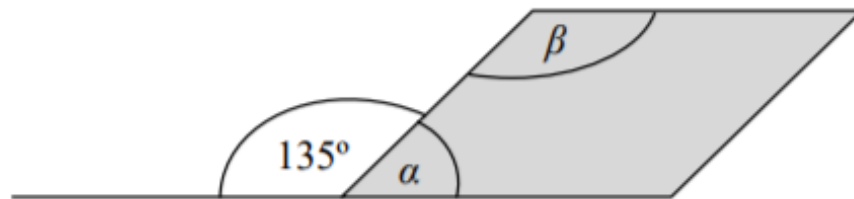
	VII. Proste i odcinki. Uczeń:
XIV.1	1. rozpoznaje i nazywa figury: punkt, prosta, półprosta, odcinek;
XIV.2	2. rozpoznaje proste i odcinki prostopadłe i równoległe, na przykład jak w sytuacji określonej w zadaniu: Odcinki AB i CD są prostopadłe, odcinki CD i EF są równoległe oraz odcinki EF i DF są prostopadłe. Określ wzajemne położenie odcinków DF oraz AB . Wykonaj odpowiedni rysunek;
	3. rysuje pary odcinków prostopadłych i równoległych;
	4. mierzy odcinek z dokładnością do 1 mm;
XIV.3	5. znajduje odległość punktu od prostej.

	VIII. Kąty. Uczeń:
XV.1	1. wskazuje w dowolnym kącie ramiona i wierzchołek;
	2. mierzy z dokładnością do 1° kąty mniejsze niż 180° ;
	3. rysuje kąty mniejsze od 180° ;
XV.2	4. rozpoznaje kąt prosty, ostry i rozwarty;
XV.3	5. porównuje kąty;
XV.4	6. rozpoznaje kąty wierzchołkowe i przyległe oraz korzysta z ich własności.

Egzamin próbny marzec 2020

Zadanie 11. (0–1)

Figura zacieniowana na rysunku jest równoległobokiem.



Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

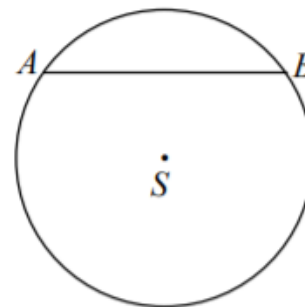
Suma miar kątów α i β wynosi 180° .	P	F
Kąt α ma miarę 3 razy mniejszą niż kąt β .	P	F

	IX. Wielokąty, koła i okręgi. Uczeń:
XVII.1	1. rozpoznaje i nazywa trójkąty ostrokątne, prostokątne, rozwartokątne, równoboczne i równoramienne;
	2. konstruuje trójkąt o danych trzech bokach i ustala możliwość zbudowania trójkąta na podstawie nierówności trójkąta;
XVI.3	3. stosuje twierdzenie o sumie kątów wewnętrznych trójkąta;
XVII.2	4. rozpoznaje i nazywa: kwadrat, prostokąt, romb, równoległobok i trapez;
XVI.2	5. zna najważniejsze własności kwadratu, prostokąta, rombu, równoległoboku i trapezu, rozpoznaje figury osiowoosymetryczne i wskazuje osie symetrii figur;
	6. wskazuje na rysunku cięciwę, średnicę oraz promień koła i okręgu;
	7. rysuje cięciwę koła i okręgu, a także, jeżeli dany jest środek okręgu, promień i średnicę;
	8. w trójkącie równoramiennym wyznacza przy danym jednym kącie miary pozostałych kątów oraz przy danych obwodzie i długości jednego boku długości pozostałych boków.

Egzamin próbny
marzec 2020

Zadanie 14. (0–1)

W okręgu o środku S i promieniu 5 cm narysowano cięciwę AB o długości 8 cm.



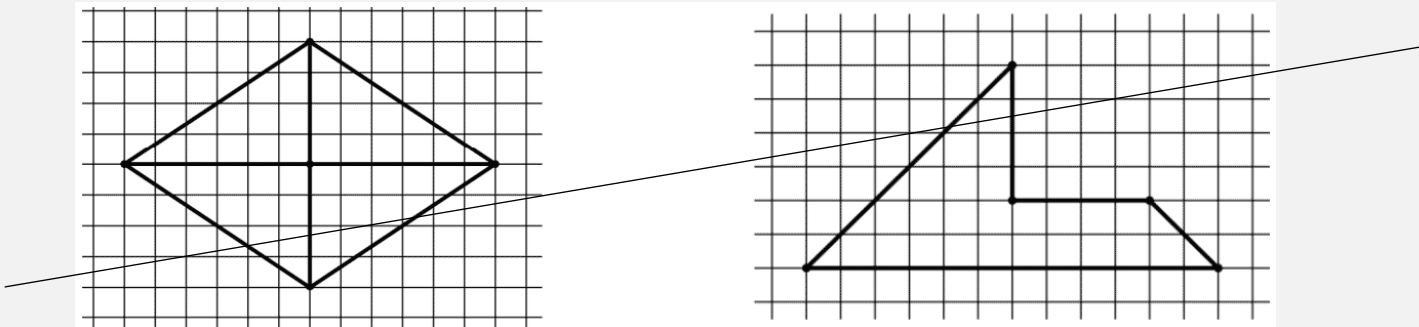
Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Odległość punktu S od cięciwy AB jest równa 3 cm.	P	F
Obwód trójkąta ASB jest równy 16 cm.	P	F

	X. Bryły. Uczeń:
XIX.1	1. rozpoznaje graniastosłupy proste, ostrosłupy, walce, stożki i kule w sytuacjach praktycznych i wskazuje te bryły wśród innych modeli brył;
XIX.2	2. wskazuje wśród graniastosłupów prostopadłościanny i sześcianny i uzasadnia swój wybór;
XIX.3	3. rozpoznaje siatki graniastosłupów prostych i ostrosłupów;
	4. rysuje siatki prostopadłościanów;
	5. wykorzystuje podane zależności między długościami krawędzi graniastosłupa do wyznaczania długości poszczególnych krawędzi.

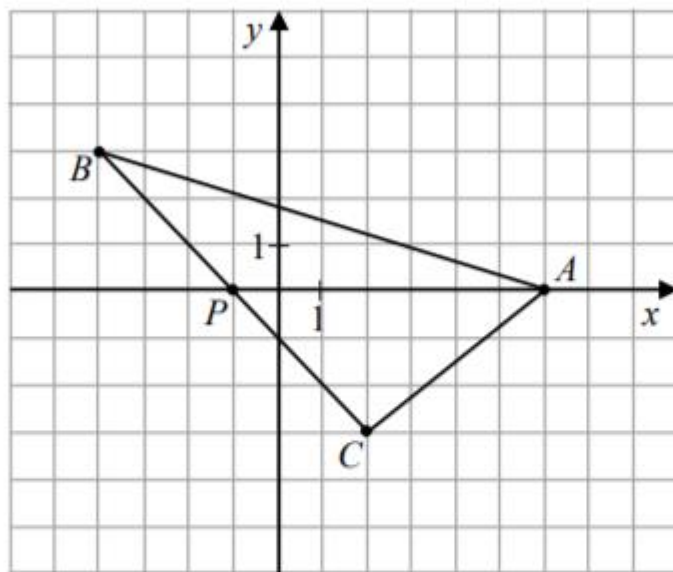
Zapis wymagania egzaminacyjnego XIX.1 złożony jest z zapisów podstawy programowej X.1 (IV – VI) oraz XI.1 (VII – VIII)

XIX.1 Rozpoznaje graniastosłupy i ostrosłupy – w tym proste i prawidłowe, walce, stożki i kule w sytuacjach praktycznych i wskazuje te bryły wśród innych modeli brył.

	XI. Obliczenia w geometrii. Uczeń:
XVII.4	1. oblicza obwód wielokąta o danych długościach boków;
	2.oblicza pola: trójkąta, kwadratu, prostokąta, rombu, równoległoboku, trapezu, przedstawionych na rysunku oraz w sytuacjach praktycznych, w tym także dla danych wymagających zamiany jednostek i w sytuacjach z nietypowymi wymiarami, na przykład pole trójkąta o boku 1 km i wysokości 1 mm;
XVII.6	3.stosuje jednostki pola: mm^2 , cm^2 , dm^2 , m^2 , km^2 , ar, hektar (bez zamiany jednostek w trakcie obliczeń);
	4. oblicza pola wielokątów metodą podziału na mniejsze wielokąty lub uzupełniania do większych wielokątów jak w sytuacjach: 
XIX.4	5. oblicza objętość i pole powierzchni prostopadłościanu przy danych długościach krawędzi;
XIX.7	6. stosuje jednostki objętości i pojemności: mililitr, litr, cm^3 , dm^3 , m^3 ;
XVII.7	7. oblicza miary kątów, stosując przy tym poznane własności kątów i wielokątów.

Zadanie 8. (0–1)

W układzie współrzędnych zaznaczono trójkąt ABC oraz punkt P należący do boku BC . Wszystkie współrzędne punktów A , B , C i P są liczbami całkowitymi.



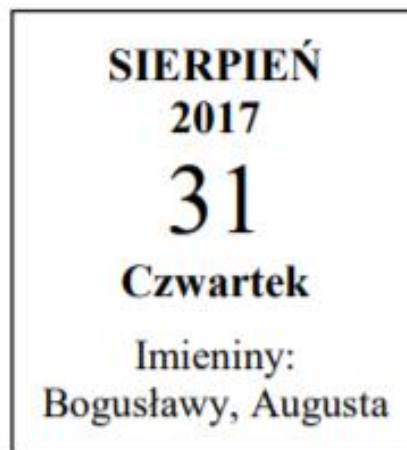
Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Pole trójkąta PAB jest równe polu trójkąta PAC .	P	F
Pole trójkąta ABC jest równe 21.	P	F

	XII. Obliczenia praktyczne. Uczeń:
VI.1	1. interpretuje 100% danej wielkości jako całość, 50% – jako połowę, 25% – jako jedną czwartą, 10% – jako jedną dziesiątą, 1% – jako jedną setną części danej wielkości liczbowej;
VI.2	2. w przypadkach osadzonych w kontekście praktycznym oblicza procent danej wielkości w stopniu trudności typu 50%, 20%, 10%;
VI.3	3. wykonuje proste obliczenia zegarowe na godzinach, minutach i sekundach;
	4. wykonuje proste obliczenia kalendarzowe na dniach, tygodniach, miesiącach, latach;
	5. odczytuje temperaturę (dodatnią i ujemną);
VI.4	6. zamienia i prawidłowo stosuje jednostki długości: milimetr, centymetr, decymetr, metr, kilometr;
VI.5	7. zamienia i prawidłowo stosuje jednostki masy: gram, dekagram, kilogram, tona;
VI.6	8. oblicza rzeczywistą długość odcinka, gdy dana jest jego długość w skali oraz długość odcinka w skali, gdy dana jest jego rzeczywista długość;
VI.7	9. w sytuacji praktycznej oblicza: drogę przy danej prędkości i czasie, prędkość przy danej drodze i czasie, czas przy danej drodze i prędkości oraz stosuje jednostki prędkości km/h i m/s.

Zadanie 1. (0–1)

Na rysunku przedstawiono kartkę z kalendarza na rok 2017.



Natalia obchodzi urodziny 31 sierpnia, jej siostra Ewa – 18 sierpnia, a brat Karol – 2 października.

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

W 2017 r. urodziny Ewy wypadły w piątek.	P	F
W 2017 r. dniem urodzin Karola był poniedziałek.	P	F

	XIII. Elementy statystyki opisowej. Uczeń:
	1. gromadzi i porządkuje dane;
XXI.1	2. odczytuje i interpretuje dane przedstawione w tekstach, tabelach, na diagramach i na wykresach, na przykład: wartości z wykresu, wartość największą, najmniejszą, opisuje przedstawione w tekstach, tabelach, na diagramach i na wykresach zjawiska przez określenie przebiegu zmiany wartości danych, na przykład z użyciem określenia „wartości rosną”, „wartości maleją”, „wartości są takie same” („przyjmowana wartość jest stała”).

Zapis wymagania egzaminacyjnego złożony jest z zapisów podstawy programowej XIII.2 (IV – VI) oraz XIII.1 (VII – VIII)

XXI. 1. Odczytuje i interpretuje dane przedstawione w tekstach, za pomocą tabel, diagramów słupkowych i kołowych, wykresów, w tym także wykresów w układzie współrzędnych.

	XIV. Zadania tekstowe. Uczeń:
XXII.1	1. czyta ze zrozumieniem tekst zawierający informacje liczbowe;
XXII.2	2. wykonuje wstępne czynności ułatwiające rozwiązanie zadania, w tym rysunek pomocniczy lub wygodne dla niego zapisanie informacji i danych z treści zadania;
XXII.3	3. dostrzega zależności między podanymi informacjami;
XXII.4	4. dzieli rozwiązanie zadania na etapy, stosując własne, poprawne, wygodne dla niego strategie rozwiązania;
XXII.5	5. do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym stosuje poznaną wiedzę z zakresu arytmetyki i geometrii oraz nabyte umiejętności rachunkowe, a także własne poprawne metody;
XXII.6	6. weryfikuje wynik zadania tekstowego, oceniając sensowność rozwiązania np. poprzez szacowanie, sprawdzanie wszystkich warunków zadania, ocenianie rzędu wielkości otrzymanego wyniku;
	7. układa zadania i łamigłówki, rozwiązuje je; stawia nowe pytania związane z sytuacją w rozwiązany zadaniu.

	Treści nauczania – wymagania szczegółowe 7 - 8
	I. Potęgi o podstawach wymiernych. Uczeń:
VII.1	1. zapisuje iloczyn jednakowych czynników w postaci potęgi o wykładniku całkowitym dodatnim;
VII.2	2. mnoży i dzieli potęgi o wykładnikach całkowitych dodatnich;
VII.3	3. mnoży potęgi o różnych podstawach i jednakowych wykładnikach;
VII.4	4. podnosi potęgę do potęgi;
	5. odczytuje i zapisuje liczby w notacji wykładniczej $a \cdot 10^k$, gdy $1 \leq a < 10$, k jest liczbą całkowitą.

Szybka powtórka
przed egzaminem
Dzień I

Zadanie 6.

Powierznię metali można chronić, stosując powłoki z innych metali, np. ze złota. Blaszke o powierzchni

$$S = 0,001 \text{ m}^2$$

pokryto warstwą złota o grubości

$$y = 0,000001 \text{ m.}$$

Gęstość złota wynosi:

$$d = 19\,300 \text{ kg/m}^3$$

Gęstość ciała wyraża się wzorem $d = m/V$, gdzie m jest masą ciała a V jest jego objętością.

Oblicz masę złotej powłoki, którą pokryto blaszkę. Wynik zapisz w notacji wykładniczej

$$a \cdot 10^k \quad \text{gdzie} \quad 1 \leq a < 10$$



	II. Pierwiastki. Uczeń:
VIII.1	1. oblicza wartości pierwiastków kwadratowych i sześciennych z liczb, które są odpowiednio kwadratami lub sześcianami liczb wymiernych;
VIII.2	2. szacuje wielkość danego pierwiastka kwadratowego lub sześciennego oraz wyrażenia arytmetycznego zawierającego pierwiastki np.. $1+\sqrt{2}, 2-\sqrt{2}$;
	3. porównuje wartość wyrażenia arytmetycznego zawierającego pierwiastki z daną liczbą wymierną oraz znajduje liczby wymierne większe lub mniejsze od takiej wartości, na przykład znajduje liczbę całkowitą a taką, że: $a \leq \sqrt{137} < a + 1$
	4. oblicza pierwiastek z iloczynu i ilorazu dwóch liczb, wyłącza liczbę przed znak pierwiastka i włącza liczbę pod znak pierwiastka;
	5. mnoży i dzieli pierwiastki tego samego stopnia.

CKE 2020

Zadanie 6. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wartość wyrażenia $\sqrt{3}(\sqrt{27} - \sqrt{12})$ jest równa

A. $\sqrt{3}$

B. 3

C. $\sqrt{45}$

D. $\sqrt{69}$

Informator o egzaminie
ósmoklasisty z matematyki
od roku szk. 2018/2019

Szybka powtórka
przed egzaminem Dzień I

Zadanie 16. (0–1)

Dane są cztery liczby: $\sqrt{2}$, $\sqrt{8}$, $-\sqrt{10}$, $-\sqrt{18}$. Suma trzech spośród nich jest równa 0.

**Którą liczbę należy odrzucić, aby pozostały te trzy liczby, których suma będzie równa 0?
Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

A. $\sqrt{2}$

B. $\sqrt{8}$

C. $-\sqrt{10}$

D. $-\sqrt{18}$

Zadanie 3.

Dane są liczby $a = 9\sqrt{2}$ i $b = 3\sqrt{2}$.

Uzupełnij podane niżej zdania. Wybierz odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz odpowiedź spośród oznaczonych literami C i D.

Iloczyn liczb a i b jest równy

A	B
---	---

.

A. $27\sqrt{2}$

B. 54

Iloraz liczb a i b jest równy

C	D
---	---

.

C. $3\sqrt{2}$

D. 3

	III. Tworzenie wyrażeń algebraicznych z jedną i z wieloma zmiennymi. Uczeń:
IX.2	1. zapisuje wyniki podanych działań w postaci wyrażeń algebraicznych jednej lub kilku zmiennych;
IX.3	2. oblicza wartości liczbowe wyrażeń algebraicznych;
IX.4	3. zapisuje zależności przedstawione w zadaniach w postaci wyrażeń algebraicznych jednej lub kilku zmiennych;
IX.5	4. zapisuje rozwiązania zadań w postaci wyrażeń algebraicznych jak w przykładzie: Bartek i Grześ zbierali kasztany. Bartek zebrał n kasztanów, Grześ zebrał 7 razy więcej. Następnie Grześ w drodze do domu zgubił 10 kasztanów, a połowę pozostałych oddał Bartkowi. Ile kasztanów ma teraz Bartek, a ile ma Grześ?

	IV. Przekształcanie wyrażeń algebraicznych. Sumy algebraiczne i działania na nich. Uczeń:
x.1	1. porządkuje jednomiany i dodaje jednomiany podobne (tzn. różniące się jedynie współczynnikiem liczbowym);
x.2	2. dodaje i odejmuje sumy algebraiczne, dokonując przy tym redukcji wyrazów podobnych;
x.3	3. mnoży sumy algebraiczne przez jednomian i dodaje wyrażenia powstałe z mnożenia sum algebraicznych przez jednomiany;
	4. mnoży dwumian przez dwumian, dokonując redukcji wyrazów podobnych.

CKE 2019

Zadanie 8. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wyrażenie: $(2a + 3b)(3b - 2a)$ jest równe

A. $4a^2 - 12ab + 9b^2$

B. $9b^2 + 12ab + 4a^2$

C. $9b^2 - 4a^2$

D. $4a^2 - 9b^2$

	V. Obliczenia procentowe. Uczeń:
XI.1	1. przedstawia część wielkości jako procent tej wielkości;
XI.2	2. oblicza liczbę a równą p procent danej liczby b ;
XI.3	3. oblicza, jaki procent danej liczby b stanowi liczba a ;
XI.4	4. oblicza liczbę b , której p procent jest równe a ;
XI.5	5. stosuje obliczenia procentowe do rozwiązywania problemów w kontekście praktycznym, również w przypadkach jednokrotnych wielokrotnych podwyżek lub obniżek danej wielkości.

Szybka powtórka
przed egzaminem
Dzień 3

Zadanie 6.

Sprzedawca rozważa dwie opcje obniżki ceny pewnego towaru. Która obniżka jest większa: od razu o 45%, czy: najpierw o 25%, a następnie o 20%? Odpowiedź uzasadnij. Zapisz obliczenia.

	VI. Równania z jedną niewiadomą. Uczeń:
XII.1	1. sprawdza, czy dana liczba jest rozwiązaniem równania (stopnia pierwszego, drugiego lub trzeciego) z jedną niewiadomą, na przykład sprawdza, które liczby całkowite niedodatnie i większe od -8 są rozwiązaniami równania $\frac{x^3}{8} + \frac{x^2}{2} = 0$
XII.2	2. rozwiązuje równania pierwszego stopnia z jedną niewiadomą metodą równań równoważnych;
XII.3	3. rozwiązuje równania, które po prostych przekształceniach wyrażeń algebraicznych sprowadzają się do równań pierwszego stopnia z jedną niewiadomą;
XII.4	4. rozwiązuje zadania tekstowe za pomocą równań pierwszego stopnia z jedną niewiadomą, w tym także z obliczeniami procentowymi;
XII.5	5. przekształca proste wzory, aby wyznaczyć zadaną wielkość we wzorach geometrycznych (np. pól figur) i fizycznych (np. dotyczących prędkości, drogi i czasu).

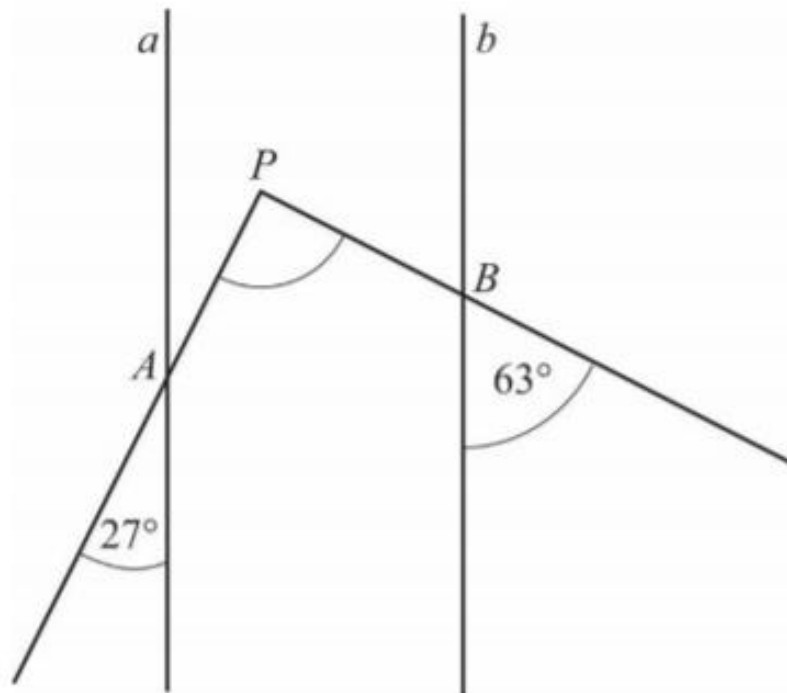
	VII. Proporcjonalność prosta. Uczeń:
XIII.1	1. podaje przykłady wielkości wprost proporcjonalnych;
XIII.2	2. wyznacza wartość przyjmowaną przez wielkość wprost proporcjonalną w przypadku konkretnej zależności proporcjonalnej, na przykład wartość zakupionego towaru w zależności od liczby sztuk towaru, ilość zużytego paliwa w zależności od liczby przejechanych kilometrów, liczby przeczytanych stron książki w zależności od czasu jej czytania;
XIII.3	3. stosuje podział proporcjonalny.

	VIII. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń:
	1. zna i stosuje twierdzenie o równości kątów wierzchołkowych (z wykorzystaniem zależności między kątami przyległymi);
XVI.1	2. przedstawia na płaszczyźnie dwie proste w różnych położeniach względem siebie, w szczególności proste prostopadłe i proste równoległe;
	3. korzysta z własności prostych równoległych, w szczególności stosuje równość kątów odpowiadających i naprzemianległych;
	4. zna i stosuje cechy przystawania trójkątów;
XVI.4	5. zna i stosuje własności trójkątów równoramiennych (równość kątów przy podstawie);
	6. zna nierówność trójkąta $AB + BC \geq AC$ i wie, kiedy zachodzi równość;
XVI.5	7. wykonuje proste obliczenia geometryczne wykorzystując sumę kątów wewnętrznych trójkąta i własności trójkątów równoramiennych;
XVI.6	8. zna i stosuje w sytuacjach praktycznych twierdzenie Pitagorasa (bez twierdzenia odwrotnego);
	9. przeprowadza dowody geometryczne o poziomie trudności nie większym niż w przykładach:
	1. dany jest ostrokątny trójkąt równoramienny ABC , w którym $AC = BC$. W tym trójkącie poprowadzono wysokość AD . Udowodnij, że kąt ABC jest dwa razy większy od kąta BAD ,
	2. na bokach BC i CD prostokąta $ABCD$ zbudowano, na zewnątrz prostokąta, dwa trójkąty równoboczne BCE i CDF . Udowodnij, że $AE = AF$.

Informator o egzaminie
ósmoklasisty z matematyki
od roku szk. 2018/2019

Zadanie 31. (0-2)

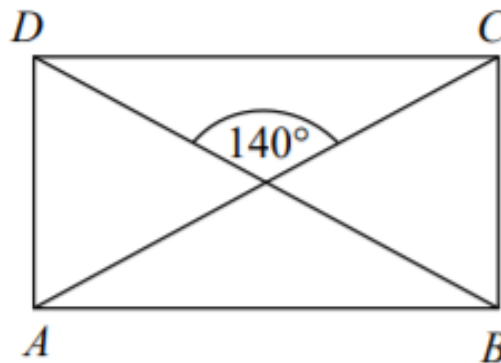
Proste a i b są równoległe.



Półproste PA i PB przecinają te proste, w wyniku czego tworzą z nimi kąty ostre o miarach podanych na rysunku. Uzasadnij, że kąt APB jest prosty.

Zadanie 13. (0–1)

Przekątne prostokąta $ABCD$ przedstawionego na rysunku przecinają się pod kątem 140° .

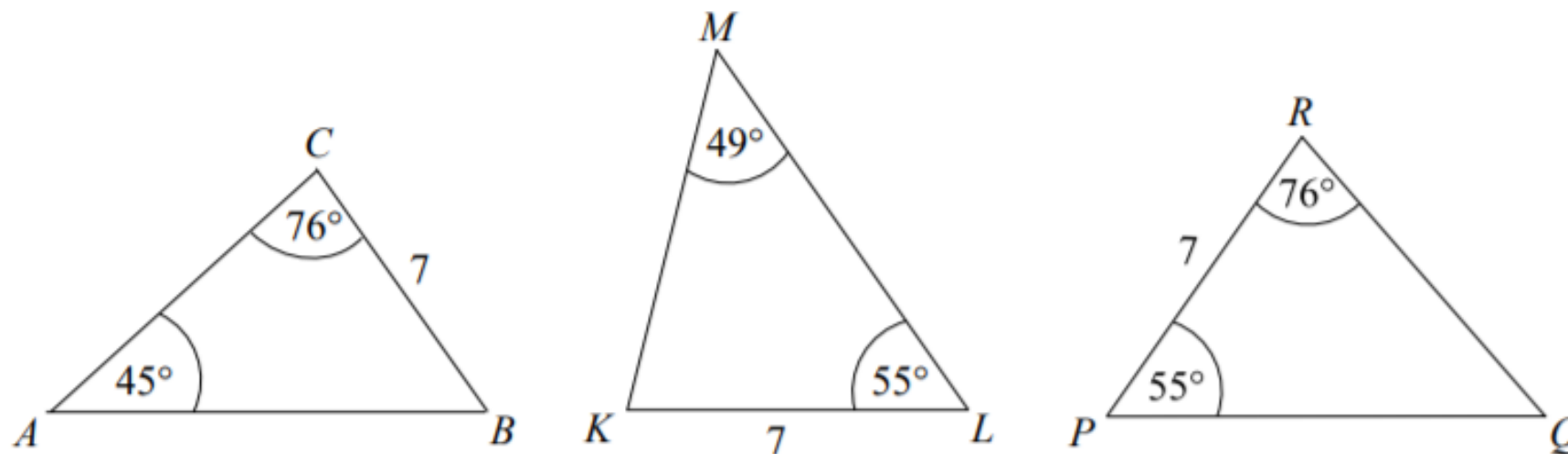


Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Kąt DCA ma miarę 40° .	P	F
Kąt DAC ma miarę 70° .	P	F

Zadanie 11. (0–1)

Na rysunku przedstawiono trzy trójkąty.



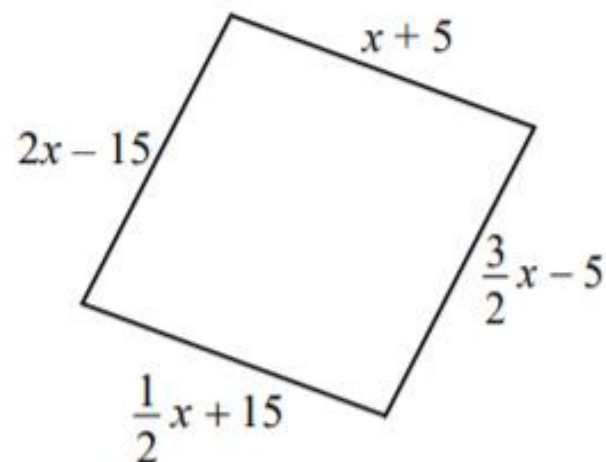
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Na podstawie informacji przedstawionych na rysunku można stwierdzić, że

- A. trójkąt ABC jest przystający do trójkąta KLM .
- B. trójkąt KLM jest przystający do trójkąta PQR .
- C. trójkąt PQR jest przystający do trójkąta ABC .
- D. wszystkie trójkąty są do siebie przystające.

Zadanie 18. (0–2)

Długości boków czworokąta opisano za pomocą wyrażeń algebraicznych, tak jak pokazano na rysunku.



Uzasadnij, że jeśli obwód tego czworokąta jest równy 100 cm, to jest on rombem. Zapisz obliczenia.

	IX.Wielokąty. Uczeń:
XVII.3	1. zna pojęcie wielokąta foremnego;
XVII.5	2. stosuje wzory na pole trójkąta, prostokąta, kwadratu, równoległoboku, rombu, trapezu, a także do wyznaczania długości odcinków o poziomie trudności nie większym niż w przykładach:
	1. oblicz najkrótszą wysokość trójkąta prostokątnego o bokach długości: 5 cm, 12 cm i 13 cm,
	2. przekątne rombu $ABCD$ mają długości $AC = 8$ dm i $BD = 10$ dm. Przekątną BD rombu przedłużono do punktu E w taki sposób, że odcinek BE jest dwa razy dłuższy od tej przekątnej. Oblicz pole trójkąta CDE . (zadanie ma dwie odpowiedzi).

	X. Oś liczbową. Układ współrzędnych na płaszczyźnie. Uczeń:
	1. zaznacza na osi liczbowej zbiory liczb spełniających warunek taki jak $x \geq 1,5$ lub taki jak $x < -\frac{4}{7}$
XVIII.1	2. znajduje współrzędne danych (na rysunku) punktów kratowych w układzie współrzędnych na płaszczyźnie;
XVIII.2	3. rysuje w układzie współrzędnych na płaszczyźnie punkty kratowe o danych współrzędnych całkowitych (dowolnego znaku);
	4. znajduje środek odcinka, którego końce mają dane współrzędne (całkowite lub wymierne) oraz znajduje współrzędne drugiego końca odcinka, gdy dany jest jeden koniec i środek;
	5. oblicza długość odcinka, którego końce są danymi punktami kratowymi w układzie współrzędnych;
	6. dla danych punktów kratowych A i B znajduje inne punkty kratowe należące do prostej AB .

CKE 2017 Przykładowy arkusz

Zadanie 15. (0–1)

Punkt $S = (3, 2)$ jest środkiem odcinka AB , w którym $A = (5, 5)$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Punkt B ma współrzędne

A. $(8, 7)$

B. $(7, 8)$

C. $(-1, 1)$

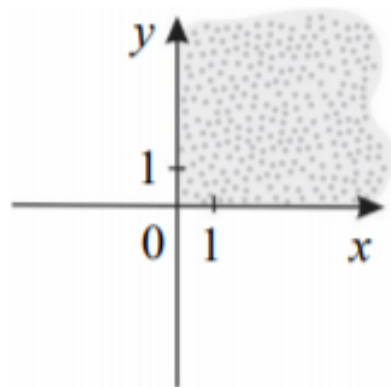
D. $(1, -1)$

Zadanie 9. (0–1)

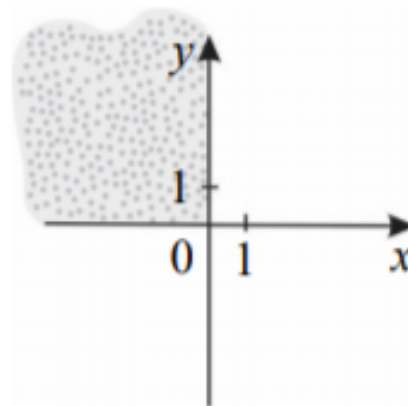
W układzie współrzędnych wyznaczono odcinek o końcach w punktach K i L . Punkty te mają współrzędne $K = (-17, 6)$ oraz $L = (15, -4)$.

**Na którym rysunku zakropkowana część płaszczyzny zawiera środek odcinka KL ?
Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

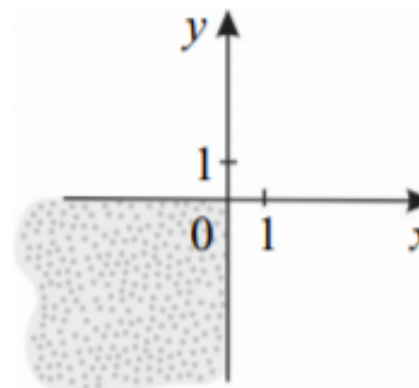
A.



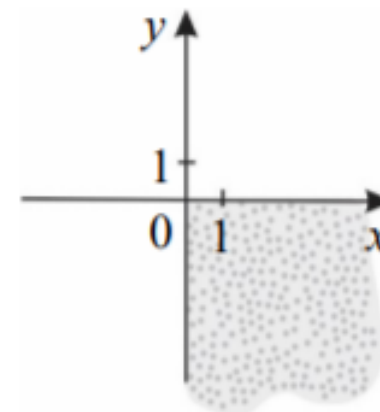
B.



C.

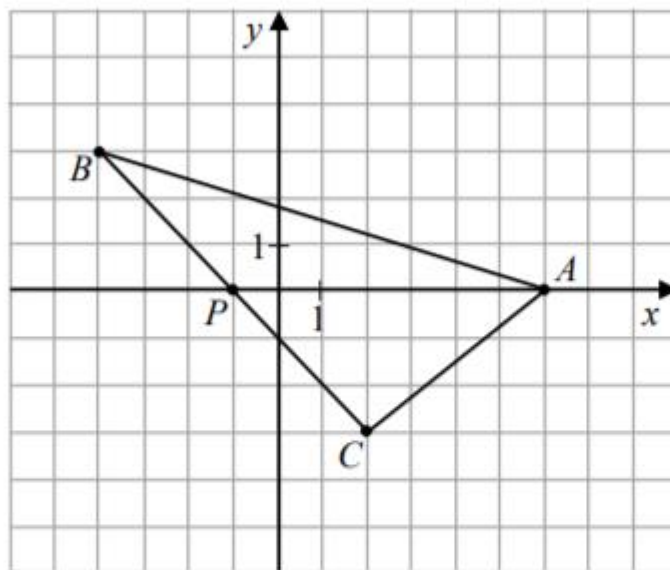


D.



Zadanie 8. (0–1)

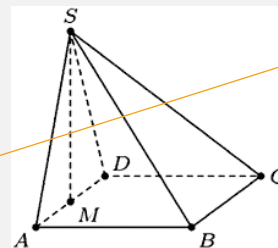
W układzie współrzędnych zaznaczono trójkąt ABC oraz punkt P należący do boku BC . Wszystkie współrzędne punktów A , B , C i P są liczbami całkowitymi.



Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Pole trójkąta PAB jest równe polu trójkąta PAC .	P	F
Pole trójkąta ABC jest równe 21.	P	F

	XI. Geometria przestrzenna. Uczeń:
XIX.1	1. rozpoznaje graniastopy i ostropy – w tym proste i prawidowe,
XIX.5	2. oblicza objętości i pola powierzchni graniastopów prostych, prawidowych i takich, które nie są prawidowe o poziomie trudności nie większym niż w przykładowym zadaniu: Podstawą graniastopu 3. prostego jest trójkąt równoramienny, którego dwa równe kąty mają po 45°, a najdłuższy bok ma długość $6\sqrt{2}$ dm. Jeden z boków prostokąta, który jest w tym graniastopie ścianą boczną o największej 4. powierzchni, ma długość 4 dm. Oblicz objętość i pole powierzchni całkowitej tego graniastopu;
XIX.6	3. oblicza objętości i pola powierzchni ostropów prawidowych-i takich, które nie są prawidowe o poziomie trudności nie większym niż w przykładzie: Prostokąt $ABCD$ jest podstawą ostrośpa $ABCDS$, punkt M jest środkiem krawędzi AD , odcinek MS jest wysokością ostrośpa. Dane są następujące długości krawędzi: $AD = 10$ cm, $AS = 13$ cm oraz $AB = 20$ cm. Oblicz objętość ostrośpa.

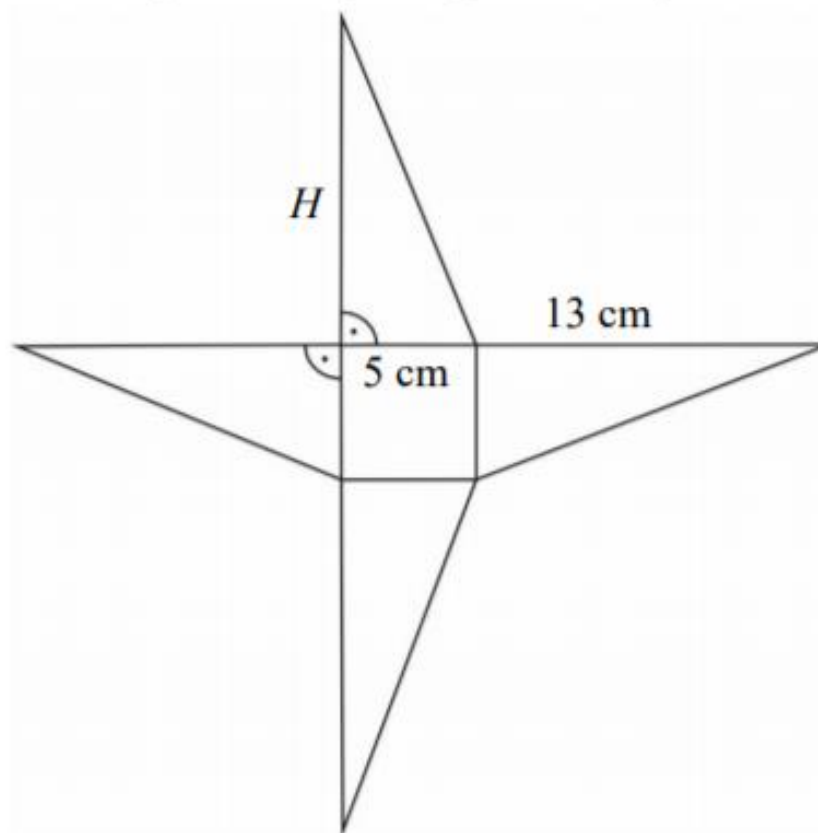


Zapis wymagania egzaminacyjnego XIX.1 złożony jest z zapisów podstawy programowej X.1 (IV – VI) oraz XI.1 (VII – VIII)

XIX.1 Rozpoznaje graniastopy i ostropy – w tym proste i prawidowe, walce, stożki i kule w sytuacjach praktycznych i wskazuje te bryły wśród innych modeli brył.

Zadanie 21. (0–3)

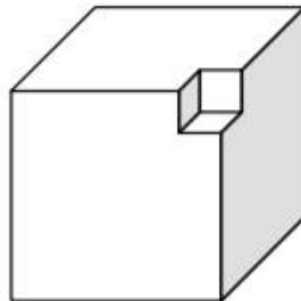
Podstawą ostrosłupa o wysokości H jest kwadrat. Na rysunku przedstawiono siatkę i podano długości niektórych krawędzi tego ostrosłupa.



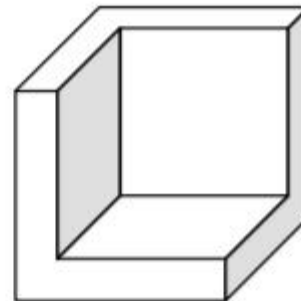
Oblicz objętość tego ostrosłupa. Zapisz obliczenia.

Zadanie 10. (0–1)

Z każdej z dwóch jednakowych kostek sześciennych wycięto sześcian i otrzymano bryły przedstawione na rysunku.



Bryła I



Bryła II

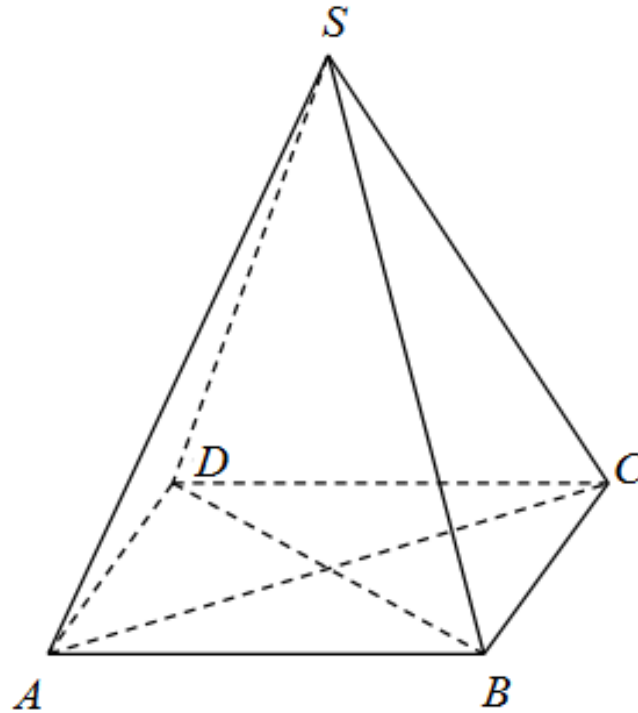
Czy całkowite pole powierzchni bryły I jest większe od całkowitego pola powierzchni bryły II? Wybierz odpowiedź T albo N i jej uzasadnienie spośród A, B albo C.

T	Tak,	ponieważ	A.	z pierwszej kostki usunięto mniejszy sześcian niż z drugiej kostki.
			B.	całkowite pole powierzchni każdej z otrzymanych brył jest równe całkowitemu polu powierzchni początkowej kostki.
N	Nie,		C.	pole powierzchni „wnęki” w II bryle jest większe niż pole powierzchni „wnęki” w I bryle.

Szybka powtórka
przed egzaminem
Dzień 7

Zadanie 7.

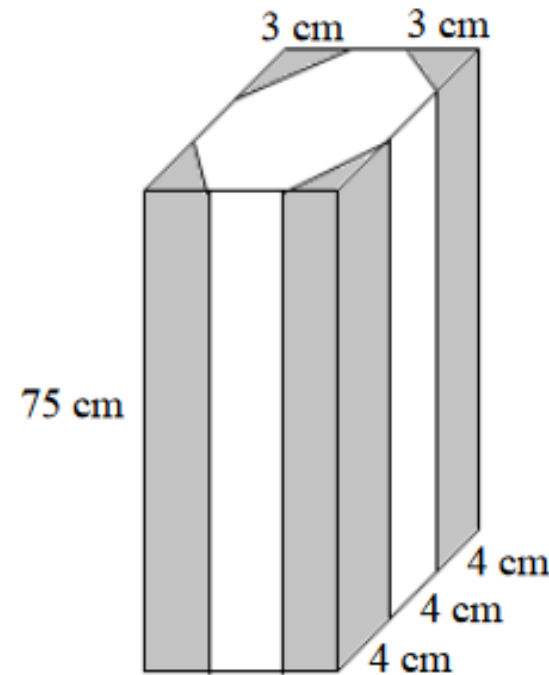
Podstawą ostrosłupa jest prostokąt o obwodzie 28 cm. Jeden z boków prostokąta jest dłuższy od drugiego o 2 cm. Wysokość ostrosłupa poprowadzona z wierzchołka S jest równa przekątnej podstawy. Oblicz objętość tego ostrosłupa. Zapisz obliczenia.



Szybka powtórka
przed egzaminem
Dzień 7

Zadanie 8.

W fabryce mebli z kawałka drewna w kształcie prostopadłościanu o wymiarach 9 cm, 12 cm i 75 cm wycinana jest noga do stołu (patrz rysunek). Noga taka ma kształt graniastosłupa o podstawie ośmiokątą. Podczas produkcji jednej nogi powstają odpady, którymi są cztery jednakowe kawałki drewna (oznaczone na rysunku szarym kolorem) o kształcie i wymiarach podanych na rysunku.



Do produkcji nóg używane jest drewno, którego 1 cm^3 ma masę 0,5 g. W ciągu godziny produkuje się 15 takich nóg. Ile kilogramów odpadów wytwarzanych jest w tej fabryce w ciągu jednej godziny pracy? Zapisz obliczenia.

	XII. Wprowadzenie do kombinatoryki i rachunku prawdopodobieństwa. Uczeń:
XX.1	1. wyznacza zbiory obiektów, analizuje i oblicza, ile jest obiektów, mających daną własność, w przypadkach niewymagających stosowania reguł mnożenia i dodawania;
XX.2	2. przeprowadza proste doświadczenia losowe, polegające na rzucie monetą, rzucie sześcienną kostką do gry, rzucie kostką wielościenną lub losowaniu kuli spośród zestawu kul, analizuje je i oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń w doświadczeniach losowych.

	XIII. Odczytywanie danych i elementy statystyki opisowej. Uczeń:
XXI.1	1. interpretuje dane przedstawione za pomocą tabel, diagramów słupkowych i kołowych, wykresów, w tym także wykresów w układzie współrzędnych;
	2. tworzy diagramy słupkowe i kołowe oraz wykresy liniowe na podstawie zebranych przez siebie danych lub danych pochodzących z różnych źródeł;
XXI.2	3. oblicza średnią arytmetyczną kilku liczb.

TREŚCI PODSTAWY PROGRAMOWEJ
REALIZOWANE PO EGZAMINIE
ÓSMOKLASISTY

XIV. Długość okręgu i pole koła. Uczeń:
1. oblicza długość okręgu o danym promieniu lub danej średnicy;
2. oblicza promień lub średnicę okręgu o danej długości okręgu;
3. oblicza pole koła o danym promieniu lub danej średnicy;
4. oblicza promień lub średnicę koła o danym polu koła;
5. oblicza pole pierścienia kołowego o danych promieniach lub średnicach obu okręgów tworzących pierścień.
XV. Symetrie. Uczeń:
1. rozpoznaje symetralną odcinka i dwusieczną kąta;
2. zna i stosuje w zadaniach podstawowe własności symetralnej odcinka i dwusiecznej kąta jak w przykładowym zadaniu: Wierzchołek C rombu $ABCD$ leży na symetralnych boków AB i AD . Oblicz kąty tego rombu;
3. rozpoznaje figury osiowosymetryczne i wskazuje ich osie symetrii oraz uzupełnia figurę do figury osiowosymetrycznej przy danych: osi symetrii figury i części figury;
4. rozpoznaje figury środkowosymetryczne i wskazuje ich środki symetrii.

XVI. Zaawansowane metody zliczania. Uczeń:

1. stosuje regułę mnożenia do zliczania par elementów o określonych własnościach;

2. stosuje regułę dodawania i mnożenia do zliczania par elementów w sytuacjach, wymagających rozważenia kilku przypadków, na przykład w zliczaniu liczb naturalnych trzycyfrowych podzielnych przez 5 i mających trzy różne cyfry albo jak w zadaniu: W klasie jest 14 dziewczynek i 11 chłopców. Na ile sposobów można z tej klasy wybrać dwuosobową delegację składającą się z jednej dziewczynki i jednego chłopca?

XVII. Rachunek prawdopodobieństwa. Uczeń:

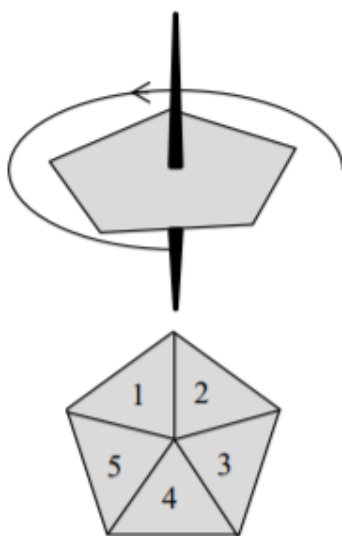
1. oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń w doświadczeniach, polegających na rzucie dwiema kostkami lub losowaniu dwóch elementów ze zwracaniem;

2. oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń w doświadczeniach, polegających na losowaniu dwóch elementów bez zwracania jak w przykładzie: Z urny zawierającej kule ponumerowane liczbami od 1 do 7 losujemy bez zwracania dwie kule. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że suma liczb na wylosowanych kulach będzie parzysta.

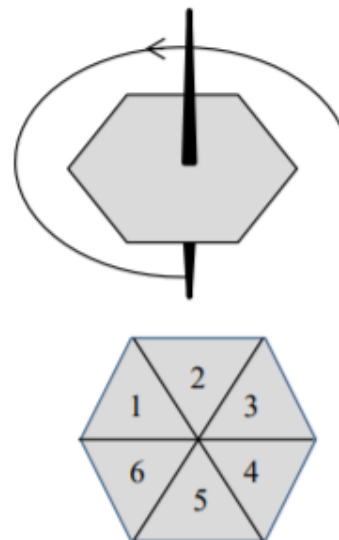
CKE 2018
Egzamin próbny

Zadanie 10. (0–1)

Do gry planszowej używane są dwa bączki o kształtach przedstawionych na rysunkach. Każdy bączek po zatrzymaniu na jednym boku wielokąta wskazuje liczbę umieszczoną na jego tarczy. Na rysunku I bączek ma kształt pięciokąta foremnego z zaznaczonymi liczbami od 1 do 5. Na rysunku II bączek ma kształt sześciokąta foremnego z zaznaczonymi liczbami od 1 do 6.



Rysunek I



Rysunek II

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Prawdopodobieństwo otrzymania liczby większej niż 3 na bączku z rysunku I jest większe niż $\frac{1}{2}$.	P	F
Uzyskanie nieparzystej liczby na bączku z rysunku I jest tak samo prawdopodobne, jak uzyskanie nieparzystej liczby na bączku z rysunku II.	P	F

Szybka powtórka
prze egzaminem
Dzień 2

Zadanie 6.

Nauczyciel zadał wszystkim uczniom w klasie następujące zadanie:

Pomyśl pewną liczbę, pomnóż ją przez 3, do iloczynu dodaj 6, a otrzymany wynik podziel przez 3. Teraz od ostatniego wyniku odejmij liczbę, którą pomyślałeś na początku.

Uzasadnij, że każdy uczeń powinien otrzymać taki sam końcowy wynik.

Cele kształcenia – wymagania ogólne

IV. Rozumowanie i argumentacja

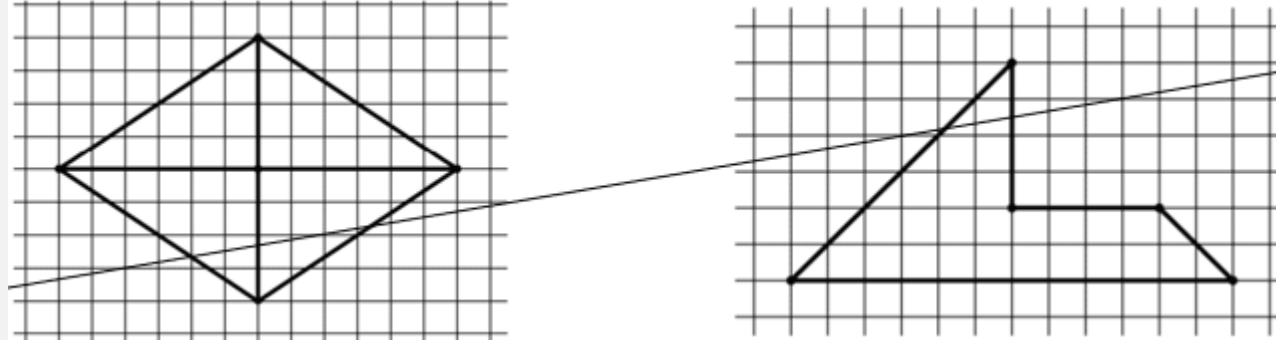
I. Przeprowadzanie prostego rozumowania, podawanie argumentów uzasadniających poprawność rozumowania, rozróżnianie dowodu od przykładu.

PODSUMOWANIE

Treści podstawy programowej nie ujęte w wymaganiach egzaminacyjnych:

- liczby rzymskie,
- szacowanie wyników działań,
- największy wspólny dzielnik, najmniejsza wspólna wielokrotność,
- rozpoznawanie wielokrotności danej liczby, kwadratów, sześciątów, liczb pierwszych, liczb złożonych,
- rozkładanie liczby naturalnej na czynniki pierwsze,
- wyznaczanie wyniku dzielenia z resztą liczby a przez liczbę b i zapisywanie liczby a w postaci: $a=b*q+r$,
- obliczanie wartości bezwzględnej,
- obliczanie liczby, której część jest podana (wyznaczanie całości, z której określono część za pomocą ułamka),
- wyznaczanie liczby, która powstaje po powiększeniu lub pomniejszeniu o pewną część innej liczby,

- obliczanie pola wielokątów metodą podziału na mniejsze wielokąty lub uzupełniania do większych wielokątów jak w sytuacjach:



- wykonywanie prostych obliczenia kalendarzowych na dniach, tygodniach, miesiącach, latach,
- notacja wykładnicza,
- obliczanie pierwiastka z iloczynu i ilorazu dwóch liczb, wyłączanie liczby przed znak pierwiastka i włączanie liczby pod znak pierwiastka,
- mnożenie i dzielenie pierwiastków tego samego stopnia,
- mnożenie dwumianu przez dwumian, dokonując redukcji wyrazów podobnych,
- wielokrotne podwyżki lub obniżki danej wielkości,
- korzystanie z własności kątów odpowiadających i naprzemianległych,

- przystawianie trójkątów,
- nierówność trójkąta,
- dowody tylko geometryczne,
- znajdowanie współrzędnych środka odcinka w układzie współrzędnych,
- obliczanie długości odcinka danego w układzie współrzędnych,
- korzystanie z własności kątów wierzchołkowych i przyległych,
- wskazywanie na rysunku cięciwy, średnicy oraz promienia koła i okręgu,
- rysowanie siatek prostopadłościanów,
- wykorzystywanie podanych zależności między długościami krawędzi graniastopuła do wyznaczania długości poszczególnych krawędzi,
- obliczanie pola powierzchni i objętości ostrosłupów, które nie są prawidłowe.

Dziękujemy za udział w szkoleniu.

Bernard Bazylewicz
Elżbieta Konopska