

RÓŻNICE
MIĘDZY PODSTAWĄ PROGRAMOWĄ
A WYMAGANIAMI EGZAMINACYJNYMI
Z MATEMATYKI

MATURA 2021

TREŚCI PODSTAWY PROGRAMOWEJ
Z III ETAPU KSZTAŁCENIA (GIMNAZJUM),
KTÓRE NIE ZOSTAŁY UJĘTE
W WYMAGANIACH EGZAMINACYJNYCH
MATURA 2021

- 1. Liczby wymierne dodatnie. Uczeń:
 - 1) odczytuje i zapisuje liczby naturalne dodatnie w systemie rzymskim (w zakresie do 3000);
- 3. Potęgi. Uczeń:
 - 5) zapisuje liczby w notacji wykładniczej, tzn. w postaci $a \cdot 10^k$, gdzie $1 \leq a < 10$ oraz k jest liczbą całkowitą.
- 9. Statystyka opisowa i wprowadzenie do rachunku prawdopodobieństwa. Uczeń:
 - 3) przedstawia dane w tabeli, za pomocą diagramu słupkowego lub kołowego;
- 10. Figury płaskie
 - 6) oblicza pole pierścienia kołowego,;
 - 10) zamienia jednostki pola;
 - 19) konstruuje symetralną odcinka i dwusieczną kąta;
 - 20) konstruuje kąty o miarach 60° , 30° , 45° ;
- 11. Bryły. Uczeń:
 - 2) oblicza pole powierzchni i objętość walca, stożka, kuli (także w zadaniach osadzonych w kontekście praktycznym);
 - 3) zamienia jednostki objętości.

**PODSTAWOWE ZMIANY
W WYMAGANIACH
SZCZEGÓŁOWYCH:**

I. LICZBY RZECZYWISTE. ZDAJĄCY:

- ZAKRES PODSTAWOWY

4) oblicza potęgi o wykładnikach wymiernych i stosuje prawa działań na potęgach o wykładnikach wymiernych;

5) wykorzystuje podstawowe własności potęg (również w zagadnieniach związanych z innymi dziedzinami wiedzy, np. fizyką, chemią, informatyką);

6) wykorzystuje definicję logarytmu i stosuje w obliczeniach wzory na logarytm iloczynu, logarytm ilorazu i logarytm potęgi o wykładniku naturalnym;

7) oblicza błąd bezwzględny i błąd względny przybliżenia;

- ZAKRES ROZSZERZONY

Zadanie 1. (0–1)

Liczba 0,6 jest jednym z przybliżeń liczby $\frac{5}{8}$. Błąd względny tego przybliżenia, wyrażony w procentach, jest równy

A. 0,025%

B. 2,5%

C. 0,04%

D. 4%

Zadanie 31. (0–2)

Skala Richtera służy do określania siły trzęsień ziemi. Siła ta opisana jest wzorem

$R = \log \frac{A}{A_0}$, gdzie A oznacza amplitudę trzęsienia wyrażoną w centymetrach, $A_0 = 10^{-4}$ cm

jest stałą, nazywaną amplitudą wzorcową. 5 maja 2014 roku w Tajlandii miało miejsce trzęsienie ziemi o sile 6,2 w skali Richtera. Oblicz amplitudę trzęsienia ziemi w Tajlandii i rozstrzygnij, czy jest ona większa, czy – mniejsza od 100 cm.

II. WYRAŻENIA ALGEBRAICZNE. ZDAJĄCY:

- **ZAKRES PODSTAWOWY**

1) używa wzorów skróconego mnożenia na $(a \pm b)^2$ oraz $a^2 - b^2$.

- **ZAKRES ROZSZERZONY**

spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:

- 1) używa wzorów skróconego mnożenia na $(a \pm b)^3$ oraz $a^3 \pm b^3$;
- 2) dzieli wielomiany przez dwumian $ax + b$;
- 3) rozkłada wielomian na czynniki, stosując wzory skróconego mnożenia lub wyłączając wspólny czynnik przed nawias;
- 4) dodaje, odejmuje i mnoży wielomiany;
- 5) wyznacza dziedzinę prostego wyrażenia wymiernego z jedną zmienną, w którym w mianowniku występują tylko wyrażenia dające się łatwo sprowadzić do iloczynu wielomianów liniowych i kwadratowych;
- 6) dodaje, odejmuje, mnoży i dzieli wyrażenia wymierne; rozszerza i (w łatwych przykładach) skraca wyrażenia wymierne.

III. RÓWNANIA I NIERÓWNOŚCI. ZDAJĄCY:

- **ZAKRES PODSTAWOWY**

6) korzysta z definicji pierwiastka do rozwiązywania równań typu $x^3 = -8$;

- **ZAKRES ROZSZERZONY**

spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:

6) rozwiązuje równania wielomianowe dające się łatwo sprowadzić do równań kwadratowych;

IV. FUNKCJE. ZDAJĄCY:

- ZAKRES PODSTAWOWY

3) odczytuje z wykresu własności funkcji (dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, maksymalne przedziały, w których funkcja maleje, rośnie, ma stały znak; punkty, w których funkcja przyjmuje w podanym przedziale wartość największą lub najmniejszą);

11) wyznacza wartość najmniejszą i wartość największą funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym;

- ZAKRES ROZSZERZONY

spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:

1) na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ szkicuje wykresy funkcji $y = |f(x)|$, $y = c \cdot f(x)$, $y = f(cx)$;

2) szkicuje wykresy funkcji logarytmicznych dla różnych podstaw;

3) posługuje się funkcjami logarytmicznymi do opisu zjawisk fizycznych, chemicznych, a także w zagadnieniach osadzonych w kontekście praktycznym;

4) szkicuje wykres funkcji określonej w różnych przedziałach różnymi wzorami; odczytuje własności takiej funkcji z wykresu.

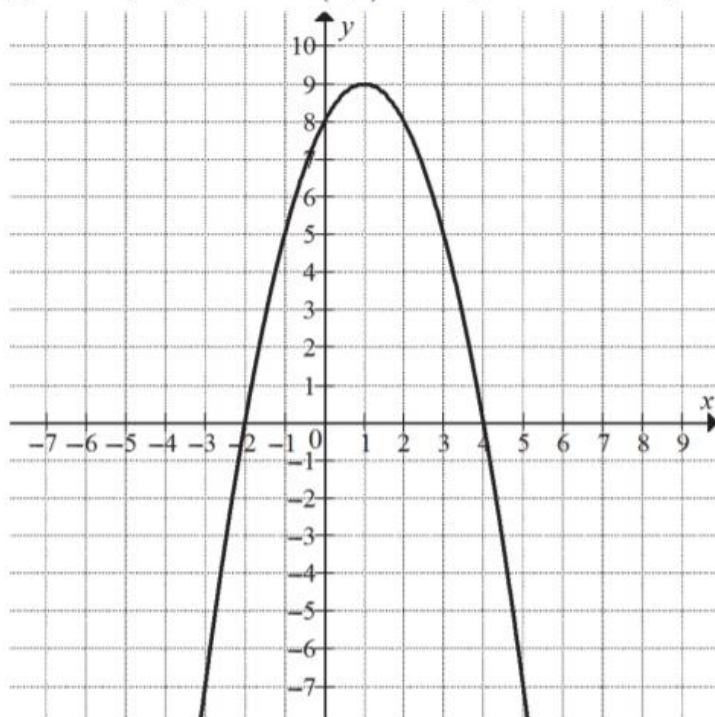
Zadanie 29. (0–2)

Oblicz najmniejszą i największą wartość funkcji kwadratowej $f(x) = x^2 - 6x + 3$ w przedziale $\langle 0, 4 \rangle$.

PP - Maj 2016, zadanie 11

Informacja do zadań 10. i 11.

Na rysunku przedstawiony jest fragment paraboli będącej wykresem funkcji kwadratowej f . Wierzchołkiem tej paraboli jest punkt $W = (1, 9)$. Liczby -2 i 4 to miejsca zerowe funkcji f .



Zadanie 11. (0–1)

Najmniejsza wartość funkcji f w przedziale $\langle -1, 2 \rangle$ jest równa

A. 2

B. 5

C. 8

D. 9

IV. FUNKCJE. ZDAJĄCY:

- ZAKRES PODSTAWOWY

13) szkicuje wykres funkcji $f(x) = a/x$ dla danego a , korzysta ze wzoru i wykresu tej funkcji do interpretacji zagadnień związanych z wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi;

14) szkicuje wykresy funkcji wykładniczych dla różnych podstaw;

15) posługuje się funkcjami wykładniczymi do opisu zjawisk fizycznych, chemicznych, a także w zagadnieniach osadzonych w kontekście praktycznym.

- ZAKRES ROZSZERZONY

Zadanie 27. (0–2)

Czas połowicznego rozpadu pierwiastka to okres, jaki jest potrzebny, by ze 100% pierwiastka pozostało 50% tego pierwiastka. Oznacza to, że ilość pierwiastka pozostała z każdego grama pierwiastka po x okresach rozpadu połowicznego wyraża się wzorem $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$.

W przypadku izotopu jodu ^{131}I czas połowicznego rozpadu jest równy 8 dni. Wyznacz najmniejszą liczbę dni, po upływie których pozostanie z 1 g ^{131}I nie więcej niż 0,125 g tego pierwiastka.

V.CIĄGI. ZDAJĄCY:

- **ZAKRES PODSTAWOWY**

- 1) wyznacza wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym;
- 2) bada, czy dany ciąg jest arytmetyczny lub geometryczny;
- 3) stosuje wzór na n -ty wyraz i na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego;
- 4) stosuje wzór na n -ty wyraz i na sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego.

- **ZAKRES ROZSZERZONY**

spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:

- 1) wyznacza wyrazy ciągu określonego wzorem rekurencyjnym;
- 2) oblicza granice ciągów, korzystając z granic ciągów typu $1/n$, $1/n^2$ oraz z twierdzeń o działaniach na granicach ciągów;
- 3) rozpoznaje szeregi geometryczne zbieżne i oblicza ich sumy.

Czerwiec 2016, zadanie 4 (standardy wymagań egzaminacyjnych)

Ciąg (a_n) jest określony wzorem

$$\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_{n+1} = 2a_n + 3n + 2 \quad \text{dla } n \geqslant 1. \end{cases}$$

Oblicz średnią arytmetyczną liczb $a_2 + 3$ i $a_3 + 2$.

VI. TRYGONOMETRIA. ZDAJĄCY:

• ZAKRES PODSTAWOWY

1) wykorzystuje definicje i wyznacza wartości funkcji sinus, cosinus i tangens kątów o miarach od 0° do 180° ;

2) korzysta z przybliżonych wartości funkcji trygonometrycznych (odczytanych z tablic lub obliczonych za pomocą kalkulatora);

3) oblicza miarę kąta ostrego, dla której funkcja trygonometryczna przyjmuje daną wartość (miarę dokładną albo – korzystając z tablic lub kalkulatora – przybliżoną);

5) znając wartość jednej z funkcji: sinus lub cosinus, wyznacza wartości pozostałych funkcji tego samego kąta ostrego

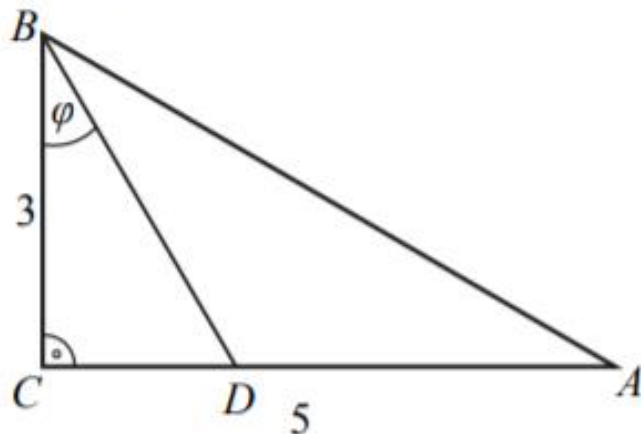
• ZAKRES ROZSZERZONY

4) posługuje się wykresami funkcji trygonometrycznych (np. gdy rozwiązuje nierówności typu $\sin x > a$, $\cos x \leq a$, $\operatorname{tg} x > a$;

7) rozwiązuje równania i nierówności trygonometryczne typu $\sin 2x = \frac{1}{2}$, $\sin 2x + \cos x = 1$, $\sin x + \cos x = 1$, $\cos 2x < \frac{1}{2}$.

Zadanie 17. (0–1)

Odcinek BD jest zawarty w dwusiecznej kąta ostrego ABC trójkąta prostokątnego, w którym przyprostokątne AC i BC mają długości odpowiednio 5 i 3.



Wówczas miara φ kąta DBC spełnia warunek

- A.** $20^\circ < \varphi < 25^\circ$ **B.** $25^\circ < \varphi < 30^\circ$ **C.** $30^\circ < \varphi < 35^\circ$ **D.** $35^\circ < \varphi < 40^\circ$

PR -Czerwiec 2016r.

Zadanie 13. (0–3)

Rozwiąż nierówność $(2 \sin x - 3)(2 \sin x + 1) > 0$ w przedziale $x \in (0, 2\pi)$.

PP – Maj 2015r.

Zadanie 17. (0–1)

Pole rombu o obwodzie 8 jest równe 1. Kąt ostry tego rombu ma miarę α . Wtedy

- A. $14^\circ < \alpha < 15^\circ$ B. $29^\circ < \alpha < 30^\circ$ C. $60^\circ < \alpha < 61^\circ$ D. $75^\circ < \alpha < 76^\circ$

PP – Czerwiec 2015r.

Zadanie 7. (0–1)

Wartość wyrażenia $\sin 120^\circ - \cos 30^\circ$ jest równa

- A. $\sin 90^\circ$ B. $\sin 150^\circ$ C. $\sin 0^\circ$ D. $\sin 60^\circ$

VII. PLANIMETRIA. ZDAJĄCY:

- **ZAKRES PODSTAWOWY**

2) korzysta z własności stycznej do okręgu
i własności okręgów stycznych;

3) rozpoznaje trójkąty podobne i
wykorzystuje (także w kontekstach
praktycznych) cechy podobieństwa trójkątów;

- **ZAKRES ROZSZERZONY**

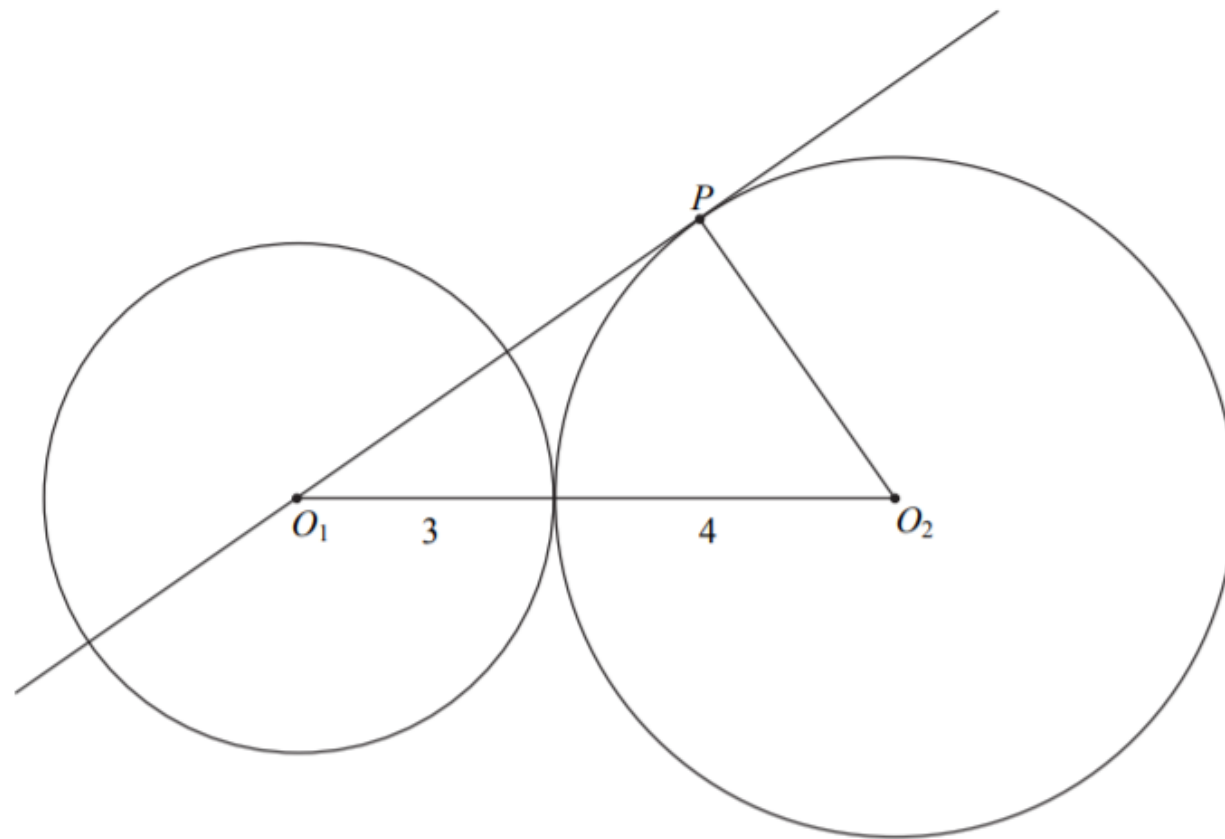
spełnia wymagania określone dla
zakresu podstawowego, a ponadto:

3) znajduje obrazy niektórych figur
geometrycznych w jednokładności
(odcinka, trójkąta, czworokąta itp.);

4) rozpoznaje figury podobne i
jednokładne; wykorzystuje (także w
kontekstach praktycznych) ich
własności;

Zadanie 19. (0–1)

Okręgi o promieniach 3 i 4 są styczne zewnętrznie. Prosta styczna do okręgu o promieniu 4 w punkcie P przechodzi przez środek okręgu o promieniu 3 (zobacz rysunek).



Pole trójkąta, którego wierzchołkami są środki okręgów i punkt styczności P , jest równe

A. 14

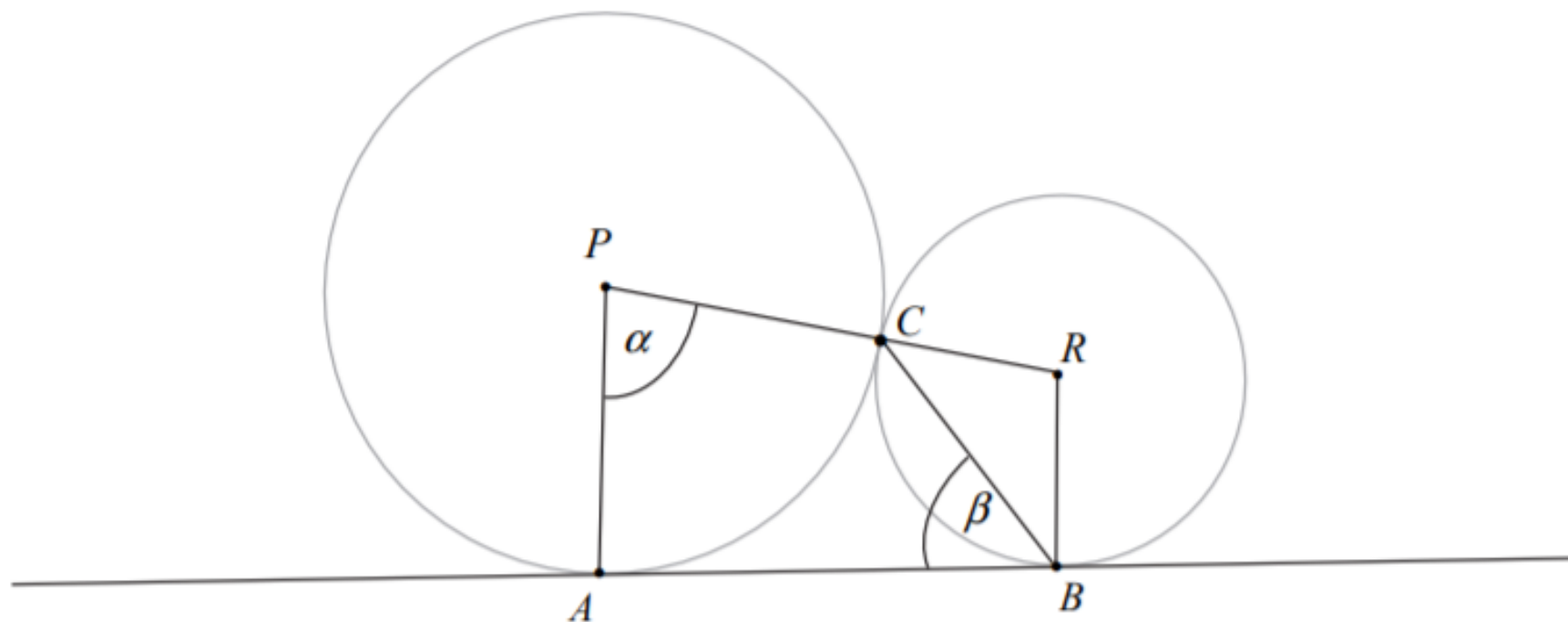
B. $2\sqrt{33}$

C. $4\sqrt{33}$

D. 12

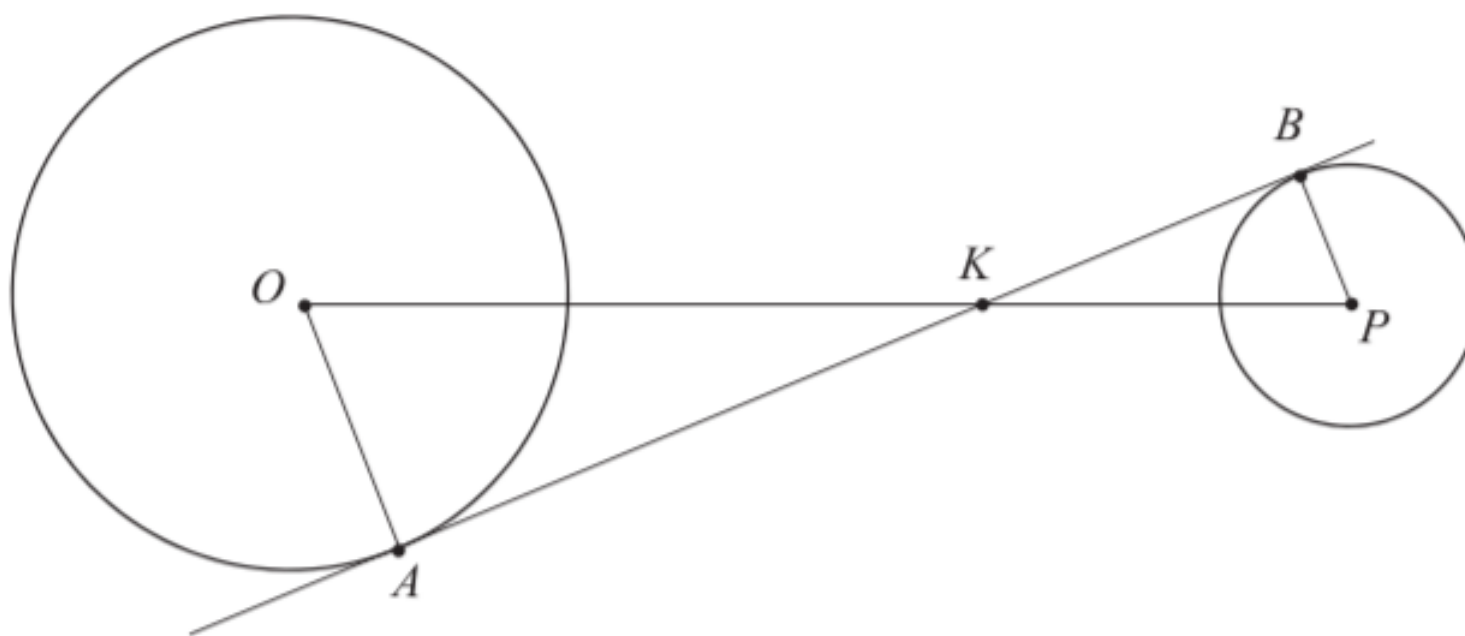
Zadanie 28. (0–2)

Dane są dwa okręgi o środkach w punktach P i R , styczne zewnętrznie w punkcie C . Prosta AB jest styczna do obu okręgów odpowiednio w punktach A i B oraz $|\sphericalangle APC| = \alpha$ i $|\sphericalangle ABC| = \beta$ (zobacz rysunek). Wykaż, że $\alpha = 180^\circ - 2\beta$.



Zadanie 15. (0–1)

Dane są dwa okręgi: okrąg o środku w punkcie O i promieniu 5 oraz okrąg o środku w punkcie P i promieniu 3. Odcinek OP ma długość 16. Prosta AB jest styczna do tych okręgów w punktach A i B . Ponadto prosta AB przecina odcinek OP w punkcie K (zobacz rysunek).



Wtedy

A. $|OK| = 6$

B. $|OK| = 8$

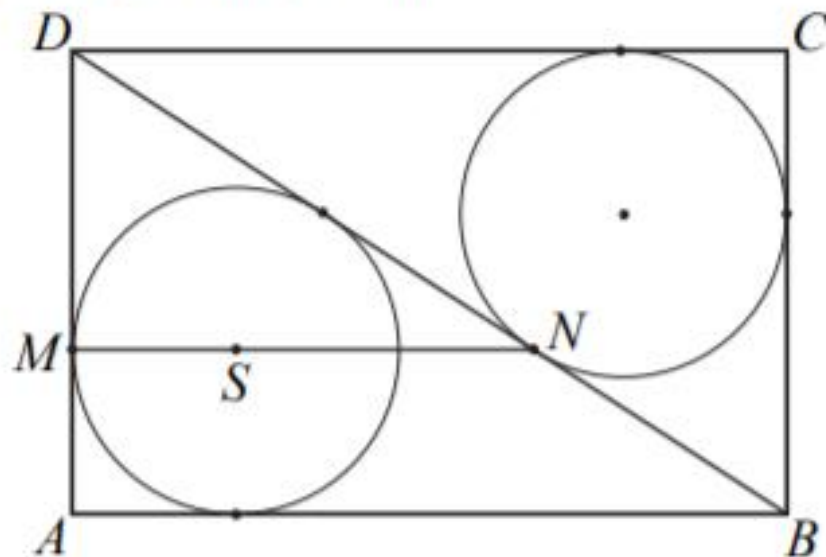
C. $|OK| = 10$

D. $|OK| = 12$

PR – Maj 2016r.

Zadanie 9. (0–3)

Dany jest prostokąt $ABCD$. Okrąg wpisany w trójkąt BCD jest styczny do przekątnej BD w punkcie N . Okrąg wpisany w trójkąt ABD jest styczny do boku AD w punkcie M , a środek S tego okręgu leży na odcinku MN , jak na rysunku.



Wykaż, że $|MN| = |AD|$.

VIII. GEOMETRIA NA PŁASZCZYŹNIE KARTEZJAŃSKIEJ. ZDAJĄCY:

- **ZAKRES PODSTAWOWY**

3) wyznacza równanie prostej, która jest równoległa lub prostopadła do prostej danej w postaci kierunkowej i przechodzi przez dany punkt;

- **ZAKRES ROZSZERZONY**

spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:

1) interpretuje graficznie nierówność liniową z dwiema niewiadomymi oraz układy takich nierówności;

2) bada równoległość i prostopadłość prostych na podstawie ich równań ogólnych;

3) wyznacza równanie prostej, która jest równoległa lub prostopadła do prostej danej w postaci ogólnej i przechodzi przez dany punkt;

Zadanie 13. (0–5)

Punkty $A=(30, 32)$ i $B=(0, 8)$ są sąsiednimi wierzchołkami czworokąta $ABCD$ wpisanego w okrąg. Prosta o równaniu $x - y + 2 = 0$ jest jedyną osią symetrii tego czworokąta i zawiera przekątną AC . Oblicz współrzędne wierzchołków C i D tego czworokąta.

Zadanie 31. (0–2)

Przekątne rombu $ABCD$ przecinają się w punkcie $S = \left(-\frac{21}{2}, -1\right)$. Punkty A i C leżą na prostej o równaniu $y = \frac{1}{3}x + \frac{5}{2}$. Wyznacz równanie prostej BD .

IX. STEREOMETRIA. ZDAJĄCY:

• ZAKRES PODSTAWOWY

1) rozpoznaje w graniastosłupach i **ostroslupach** kąty między odcinkami (np. krawędziami, krawędziami i przekątnymi, itp.), oblicza miary tych kątów;

2) Rozpoznaje w graniastosłupach i **ostroslupach** kąt między odcinkami i płaszczyznami (między krawędziami i ścianami, przekątnymi i ścianami), oblicza miary tych kątów;

3) rozpoznaje w walcach i w stożkach kąt między odcinkami oraz kąt między odcinkami i płaszczyznami (np. kąt rozwarcia stożka, kąt między tworzącą a podstawą), oblicza miary tych kątów;

4) rozpoznaje w graniastosłupach i **ostroslupach** kąty między ścianami;

5) określa, jaką figurą jest dany przekrój prostopadłościanu płaszczyzną;

6) stosuje trygonometrię do obliczeń długości odcinków, miar kątów, pól powierzchni i objętości graniastosłupów

• ZAKRES ROZSZERZONY

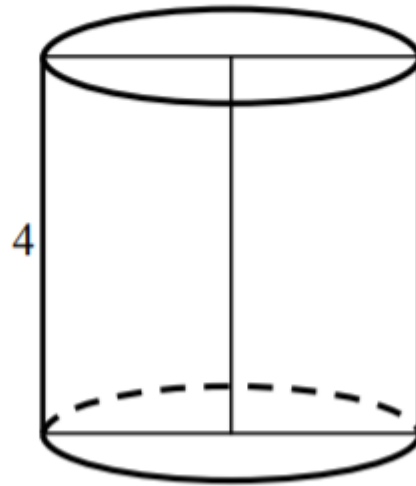
spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:

1) określa, jaką figurą jest dany przekrój sfery płaszczyzną;

2) określa, jaką figurą jest dany przekrój graniastosłupa lub **ostroslupa** płaszczyzną.

Zadanie 22. (1 pkt)

Pole powierzchni całkowitej walca, którego przekrojem osiowym jest kwadrat o boku długości 4, jest równe



A. 256π

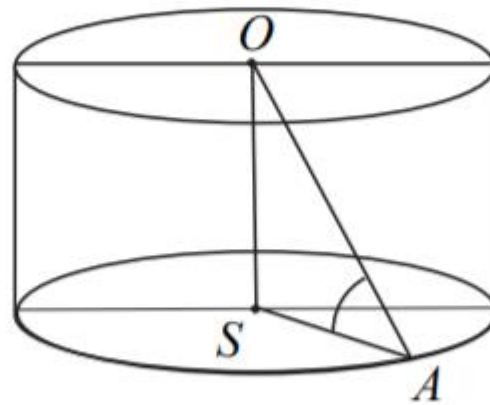
B. 128π

C. 48π

D. 24π

Zadanie 22. (0–1)

Promień AS podstawy walca jest równy wysokości OS tego walca. Sinus kąta OAS (zobacz rysunek) jest równy



A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

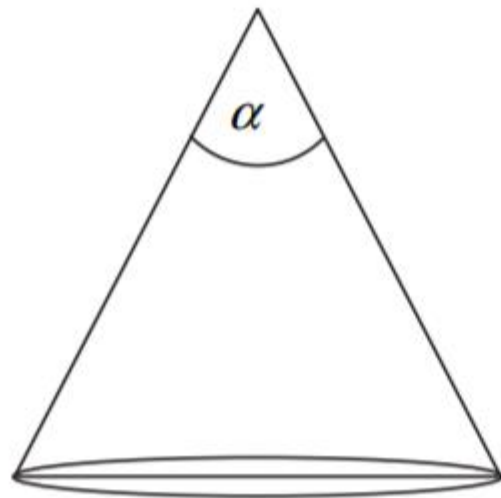
C. $\frac{1}{2}$

D. 1

PP – czerwiec 2015r.

Zadanie 19. (0–1)

Tworząca stożka o promieniu podstawy 3 ma długość 6 (zobacz rysunek).



Kąt α rozwarcia tego stożka jest równy

A. 30°

B. 45°

C. 60°

D. 90°

PP – sierpień 2014r.

Zadanie 23. (1 pkt)

Ostrosłup i graniastosłup mają równe pola podstaw i równe wysokości. Objętość ostrosłupa jest równa $81\sqrt{3}$. Objętość graniastosłupa jest równa

A. 27

B. $27\sqrt{3}$

C. 243

D. $243\sqrt{3}$

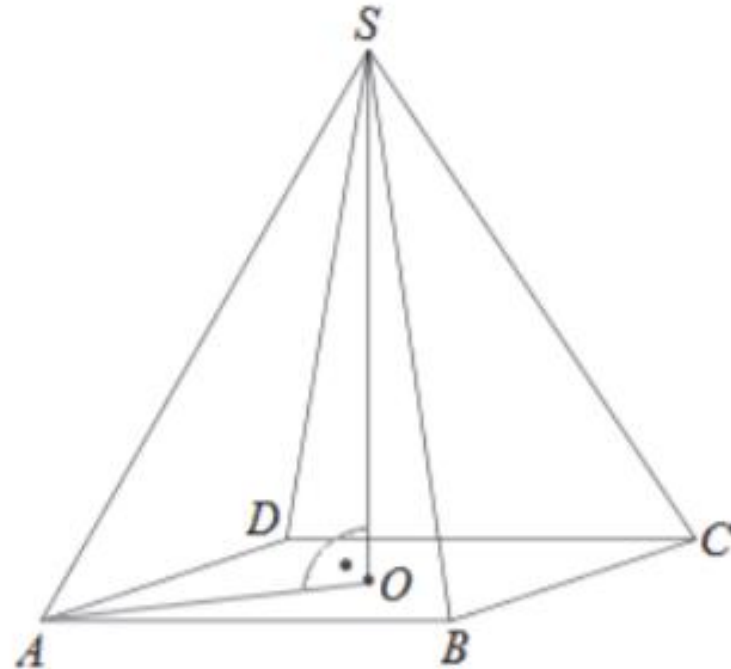
PP – maj 2015r.

Zadanie 32. (0–4)

Wysokość graniastosłupa prawidłowego czworokątnego jest równa 16. Przekątna graniastosłupa jest nachylona do płaszczyzny jego podstawy pod kątem, którego cosinus jest równy $\frac{3}{5}$. Oblicz pole powierzchni całkowitej tego graniastosłupa.

Zadanie 18. (0–1)

Na rysunku przedstawiono ostrosłup prawidłowy czworokątny $ABCD S$ o podstawie $ABCD$.



Kąt nachylenia krawędzi bocznej SA ostrosłupa do płaszczyzny podstawy $ABCD$ to

A. $\sphericalangle SAO$

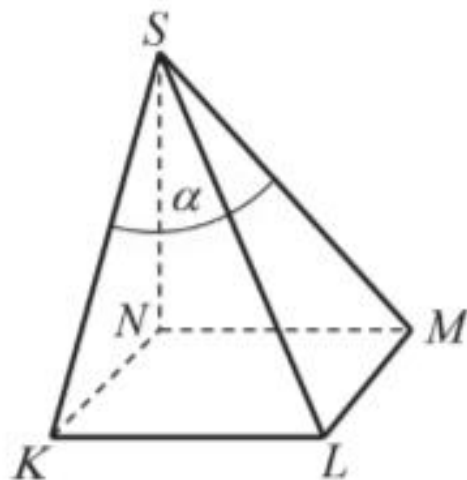
B. $\sphericalangle SAB$

C. $\sphericalangle SOA$

D. $\sphericalangle ASB$

Zadanie 20. (0–1)

Podstawą ostrosłupa jest kwadrat $KLMN$ o boku długości 4. Wysokością tego ostrosłupa jest krawędź NS , a jej długość też jest równa 4 (zobacz rysunek).



Kąt α , jaki tworzą krawędzie KS i MS , spełnia warunek

A. $\alpha = 45^\circ$

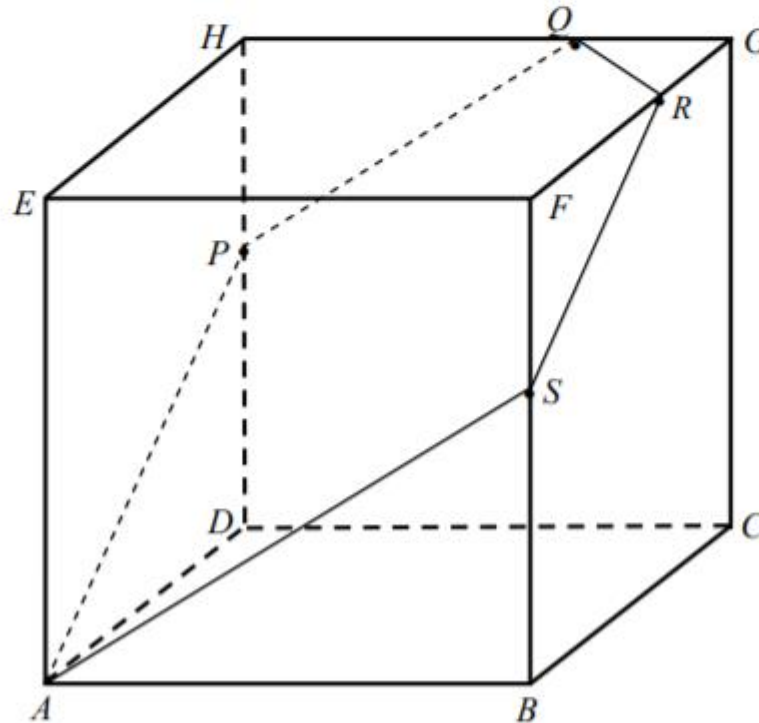
B. $45^\circ < \alpha < 60^\circ$

C. $\alpha > 60^\circ$

D. $\alpha = 60^\circ$

Zadanie 30. (0–4)

Dany jest sześcian $ABCDEFGH$ (zobacz rysunek), którego krawędź ma długość 15. Punkty Q i R dzielą krawędzie HG i FG w stosunku 2:1, to znaczy $|HQ|=|FR|=10$. Płaszczyzna AQR przecina krawędzie DH i BF odpowiednio w punktach P i S . Oblicz długości odcinków DP i BS .



X. ELEMENTY STATYSTYKI OPISOWEJ. TEORIA PRAWDOPODOBIENSTWA I KOMBINATORYKA. ZDAJĄCY:

- **ZAKRES PODSTAWOWY**

1) oblicza średnią ważoną i odchylenie standardowe zestawu danych (także w przypadku danych odpowiednio pogrupowanych), interpretuje te parametry dla danych empirycznych;

- **ZAKRES ROZSZERZONY**

spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:

1) wykorzystuje wzory na liczbę permutacji, kombinacji, wariacji i wariacji z powtórzeniami do zliczania obiektów w bardziej złożonych sytuacjach kombinatorycznych;

Zadanie 23. (0–1)

W zestawie $\underbrace{2, 2, 2, \dots, 2}_{m \text{ liczb}}, \underbrace{4, 4, 4, \dots, 4}_{m \text{ liczb}}$ jest $2m$ liczb ($m \geq 1$), w tym m liczb 2 i m liczb 4.

Odchylenie standardowe tego zestawu liczb jest równe

A. 2

B. 1

C. $\frac{1}{\sqrt{2}}$

D. $\sqrt{2}$

XI. RACHUNEK RÓŻNICZKOWY. ZDAJĄCY:

- **ZAKRES PODSTAWOWY**

- **ZAKRES ROZSZERZONY**

- 1) oblicza granice funkcji (i granice jednostronne), korzystając z twierdzeń o działaniach na granicach i z własności funkcji ciągłych;
- 2) oblicza pochodne funkcji wymiernych;
- 3) korzysta z geometrycznej i fizycznej interpretacji pochodnej;
- 4) korzysta z własności pochodnej do wyznaczenia przedziałów monotoniczności funkcji;
- 5) znajduje ekstrema funkcji wielomianowych i wymiernych;
- 6) stosuje pochodne do rozwiązywania zagadnień optymalizacyjnych.

PODSUMOWANIE

TREŚCI PODSTAWY PROGRAMOWEJ, KTÓRE NIE ZOSTAŁY UJĘTE W
WYMAGANIACH EGZAMINACYJNYCH

- PP -wykorzystywanie podstawowe własności potęg w zagadnieniach związanych z innymi dziedzinami wiedzy, np. fizyką, chemią, informatyką;
- PP -obliczanie błędu bezwzględnego i błędu względnego przybliżenia;
- PP - korzystanie z definicji pierwiastka do rozwiązywania równań typu $x^3 = -8$;
- PR -rozwiązywanie równań wielomianowych dających się łatwo sprowadzić do równań kwadratowych;
- PP - wyznaczanie wartości najmniejszej i wartości największej funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym;
- PR -szkicowanie wykresów funkcji logarytmicznych dla różnych podstaw;
- PR - posługiwanie się funkcjami logarytmicznymi do opisu zjawisk fizycznych, chemicznych, a także w zagadnieniach osadzonych w kontekście praktycznym;

- PP - szkicowanie wykresów funkcji $f(x) = a/x$ dla danego a , korzystanie ze wzoru i wykresu tej funkcji do interpretacji zagadnień związanych z wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi;
- PP - szkicowanie wykresów funkcji wykładniczych dla różnych podstaw;
- PP - posługiwanie się funkcjami wykładniczymi do opisu zjawisk fizycznych, chemicznych, a także w zagadnieniach osadzonych w kontekście praktycznym.
- PR - wyznaczanie wyrazów ciągu określonego wzorem rekurencyjnym;
- PP - korzystanie z przybliżonych wartości funkcji trygonometrycznych (odczytanych z tablic lub obliczonych za pomocą kalkulatora);
- PP - obliczanie miary kąta ostrego, dla której funkcja trygonometryczna przyjmuje daną wartość korzystając z tablic lub kalkulatora;
- PR – rozwiązywanie nierówności trygonometrycznych;
- PP – korzystanie z własności okręgów stycznych;
- PR – jednokładność;

- PR - interpretacja graficzna nierówności liniowej z dwiema niewiadomymi oraz układów takich nierówności;
- PR - badanie równoległości i prostopadłości prostych na podstawie ich równań ogólnych;
- PR - wyznaczanie równania prostej, która jest równoległa lub prostopadła do prostej danej w postaci ogólnej i przechodzi przez dany punkt;
- PP – rozpoznawanie w ostrosłupach kątów między odcinkami, między odcinkami i płaszczyznami;
- PP - rozpoznawanie w walcach i w stożkach kąta między odcinkami oraz kąta między odcinkami i płaszczyznami (np. kąt rozwarcia stożka, kąt między tworzącą a podstawą), oblicza miary tych kątów;
- PP - rozpoznawanie w graniastosłupach i ostrosłupach kątów między ścianami;

- PP - określanie, jaką figurą jest dany przekrój prostopadłościanu płaszczyzną;
- PR - określanie, jaką figurą jest dany przekrój sfery płaszczyzną;
- PR - określanie, jaką figurą jest dany przekrój ostrosłupa płaszczyzną;
- PP – średnia ważona i odchylenie standardowe;
- PR - wykorzystywanie wzorów na liczbę permutacji, kombinacji, wariacji i wariacji z powtórzeniami do zliczania obiektów w bardziej złożonych sytuacjach kombinatorycznych;

Z powodu niezgodności treści zadania z wymaganiami egzaminacyjnymi anuluje się następujące zadania:

- 1.** Zadanie 10. (s. 45)
- 2.** Zadanie 15. (s. 48)
- 3.** Zadanie 24. (s. 51)
- 4.** Zadanie 21. (s. 87–88)
- 5.** Zadanie 25. (s. 90–91)
- 6.** Zadanie 26. (s. 91–92)
- 7.** Zadanie 27. (s.93–94)

- 8.** Zadanie 28. (s. 94–96)
- 9.** Zadanie 29. (s. 96–98)
- 10.** Zadanie 33. (s. 105–106)
- 11.** Zadanie 34. (s. 107)
- 12.** Zadanie 24. (s. 144)
- 13.** Zadanie 28. (s. 160–162)
- 14.** Zadanie 33. (s. 170–172)

Zadanie 24. (0–2)

Oblicz najmniejszą wartość funkcji kwadratowej $f(x) = x^2 - 6x + 1$ w przedziale $\langle 0, 1 \rangle$.

Zadanie 21. (0–5)

Okrąg o środku $S = (3, 2)$ leży wewnątrz okręgu o równaniu $(x - 6)^2 + (y - 8)^2 = 100$ i jest do niego styczny. Wyznacz równanie prostej stycznej do obu tych okręgów.

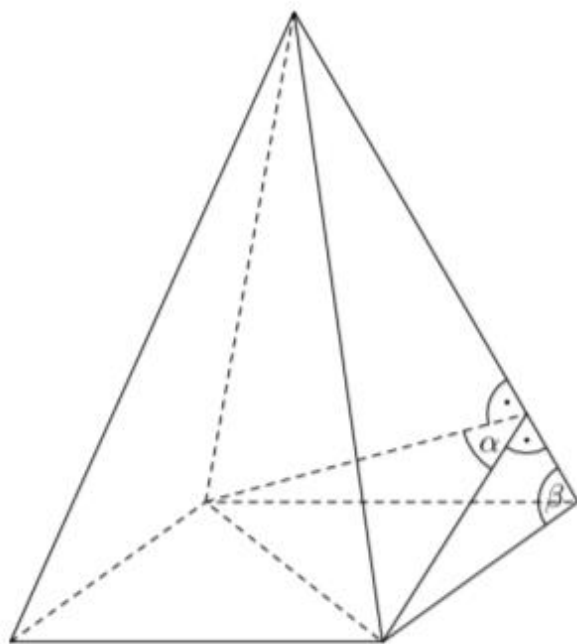
Zadanie 25. (0–2)

Rozwiąż nierówność $\cos 5x > \frac{1}{2}$ dla $-\pi \leq x \leq \pi$.

Zadanie 26. (0–3)

Dany jest ostrosłup prawidłowy czworokątny. Kąt α jest kątem między dwiema sąsiednimi ścianami bocznymi. Kąt β jest kątem przy podstawie ściany bocznej (tzn. kątem między krawędzią podstawy i krawędzią boczną ostrosłupa) – zobacz rysunek.

Wykaż, że $\cos \alpha \cdot \operatorname{tg}^2 \beta = -1$.

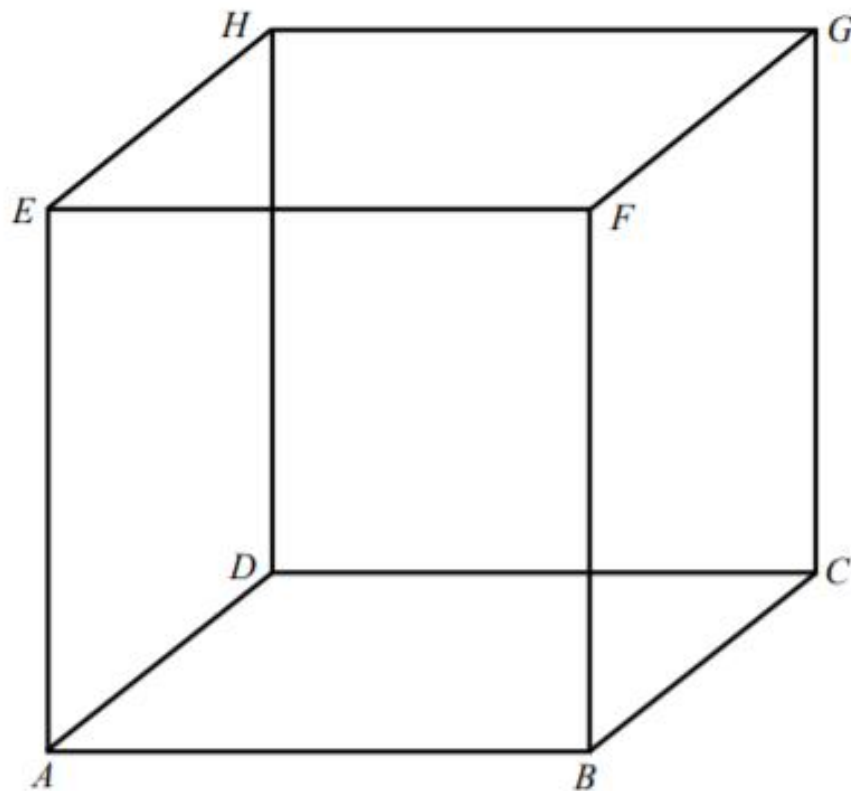


Zadanie 27. (0–4)

W ostrosłupie prawidłowym trójkątnym krawędź podstawy ma długość a . Płaszczyzna przechodząca przez krawędź podstawy i środek wysokości tego ostrosłupa jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem α . Wyznacz objętość i pole powierzchni bocznej tego ostrosłupa.

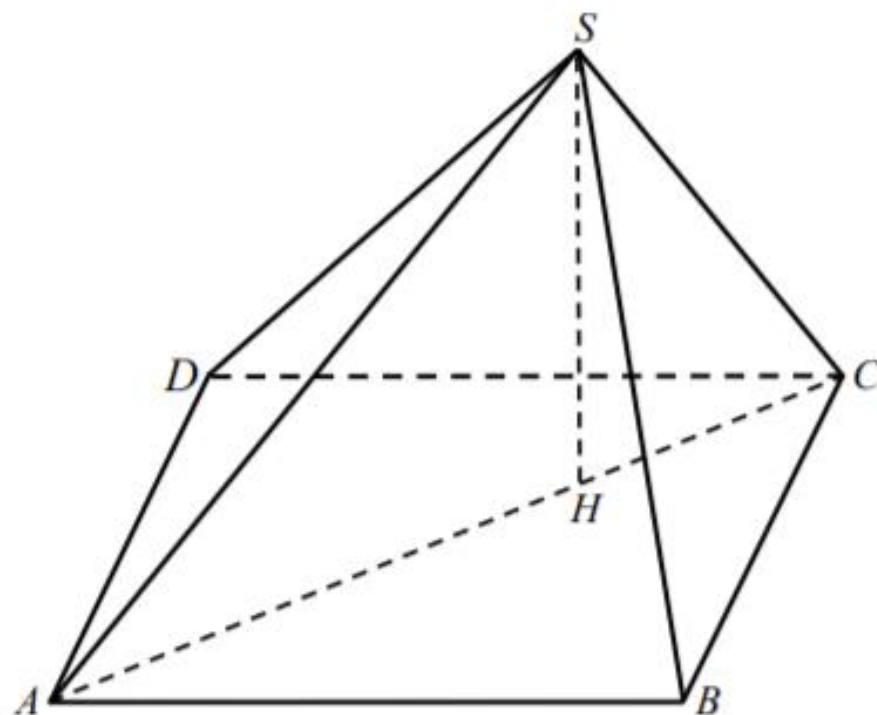
Zadanie 28. (0–4)

Dany jest sześcian $ABCDEFGH$ (zobacz rysunek) o krawędzi równej 1. Punkt S jest środkiem krawędzi DH . Odcinek DW jest wysokością ostrosłupa $ACSD$ opuszczoną z wierzchołka D na ścianę ACS . Oblicz długości odcinków AW , CW i SW .



Zadanie 29. (0–6)

Kwadrat $ABCD$ o boku długości 1 jest podstawą ostrosłupa $ABCD S$. Odcinek HS jest wysokością ostrosłupa, przy czym punkt H dzieli przekątną AC podstawy w stosunku $2 : 1$ (zobacz rysunek). Krawędzie boczne BS i DS mają długość równą 1. Oblicz objętość tego ostrosłupa oraz długości krawędzi AS i CS .



Zadanie 33. (0–7)

Oblicz, ile jest wszystkich liczb ośmiocyfrowych, których iloczyn cyfr jest równy 24.

Zadanie 34. (0–6)

Oblicz, ile jest wszystkich liczb stucyfrowych o sumie cyfr równej 5, w zapisie których występują tylko cyfry 0, 1, 3, 5.

Zadanie 33. (0–7)

Oblicz, ile jest wszystkich liczb ośmiocyfrowych, których iloczyn cyfr jest równy 24.

DZIĘKUJEMY ZA UDZIAŁ W SZKOLENIU

- *Bernard Bazylewicz*
- *Elżbieta Konopska*