POWIATOWY KONKURS MATEMATYCZNY SZKÓŁ PODSTAWOWYCH

„W POGONI ZA INDEKSEM”

ZADANIA PRZYGOTOWAWCZE

rok szkolny 2019/2020

1. Jaka jest cyfra jedności liczby $2003^{2003}$?
2. W liczbie dwucyfrowej cyfra jedności jest o 6 większa od cyfry dziesiątek. Wyznacz różnicę między liczbą daną, a liczbą powstałą po przestawieniu jej cyfr.
3. Uzasadnij, że jeżeli w dowolnej liczbie trzycyfrowej przestawimy cyfrę setek i cyfrę jedności, to różnica tych liczb jest podzielna przez 9.
4. Ile wynosi suma cyfr liczby $10^{101} - 9$?
5. Uzasadnij, że liczba $11^{10} – 1$ jest podzielna przez 10.
6. Oblicz wartość wyrażenia: $(\sqrt{3}+2)^2$
7. Wykonaj działania na pierwiastkach:
   $2(\sqrt{2}+1)+(\sqrt{2}-1)^2+3\sqrt{3}-5\sqrt{2}$
8. Miesięczny dochód pana Piotra stanowi 5/8 łącznego miesięcznego dochodu pana Piotra i pana Jana. Natomiast suma miesięcznych wydatków obu panów stanowi 7/8 ich łącznych miesięcznych dochodów. Każdy z panów oszczędza miesięcznie 600 zł. Oblicz roczny dochód pana Jana.
9. Stosunek mas trzech różnych stopów srebra wynosi 7 : 10 : 18, natomiast stosunek mas czystego srebra zawartego w tych stopach równa się odpowiednio 7: 9: 12. Po stopieniu wszystkich kawałków otrzymano 350 gramów stopu, w którym czyste srebro stanowi 72% jego masy. Oblicz, w którym stopie jest najmniejsza procentowa zawartość srebra.
10. Litrowa butelka zagęszczonego soku malinowego kosztowała 24 zł. Producent przygotował dwie wersje promocji tego soku. Która z nich jest bardziej opłacalna dla klienta? Uzasadnij, wykonując obliczenia.
    I promocja: „Za tę samą cenę otrzymasz o 20% soku malinowego więcej.”
    II promocja: „Za tyle samo soku malinowego zapłacisz o 20%mniej”
11. Mamy 3 beczki: pierwsza jest pełna wody, a dwie kolejne są puste. Jeżeli drugą beczkę napełnimy wodą z pierwszej, to w pierwszej beczce zostanie 3/5 jej zawartości. Jeżeli następnie trzecią napełnimy wodą z drugiej, to w drugiej zostanie 1/6 jej zawartości. Gdyby zaś z pierwszej pełnej beczki napełnić wodą obie puste beczki: drugą i trzecią, to w pierwszej zostanie 320 litrów wody. Jaka jest pojemność każdej beczki?
12. Na stole leżały monety pięciogroszowe, dziesięciogroszowe i dwudziestogroszowe. Razem 6 zł. Monet dziesięciogroszowych było o tyle więcej od pięciogroszowych, o ile więcej było monet dwudziestogroszowych od dziesięciogroszowych. Monet pięciogroszowych było dziesięć. Oblicz, jaką częścią wszystkich monet były monety dziesięciogroszowe.
13. Pani Maria kupiła na giełdzie 100 kg jabłek po 2,04 zł za kilogram, a następnie sprzedała je po nowej cenie. Obliczyła, że jej zysk stanowi 15% kwoty osiągniętej ze sprzedaży jabłek. W jakiej cenie pani Maria sprzedawała jabłka?
14. Skuteczność rzutów koszykarza jest wyrażana w procentach stosunkiem liczby celnych rzutów do wszystkich rzutów oddanych. W pierwszym meczu skuteczność pewnego koszykarza wyniosła 30%. W drugim meczu ten sam zawodnik trafił do kosza 16 razy na 20 podjętych prób, dzięki czemu jego skuteczność po dwóch meczach wzrosła do 50%. Ile rzutów oddał koszykarz w pierwszym meczu?
15. Zespół składający się z 28 robotników miał wykonać pewną pracę w ciągu 26 dni. Po 6 dniach od rozpoczęcia pracy liczbę robotników zwiększono i pracę tę wykonano 4 dni

przed terminem. Ilu robotników zatrudniono dodatkowo do wykonania tej pracy, jeżeli wszyscy robotnicy pracowali z tą samą wydajnością?

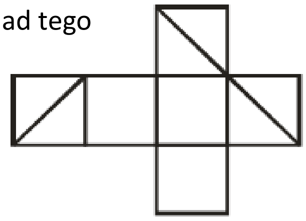
16. Odlewnik chce uzyskać stop metali A i B, w którym proporcja mas tych metali będzie wynosić 3 : 5. Dysponuje dwoma stopami metali A i B - w pierwszym metal A stanowi 40%, a w drugim 30%. W jakiej proporcji powinien dobrać do przetopienia te stopy?
17. Statek ładowano za pomocą dwóch dźwigów o różnej mocy. Dźwig o większej mocy w ciągu godziny ładuje średnio o 10,5 ton ładunku więcej niż dźwig o mniejszej mocy. Dźwig o większej mocy w ciągu kilku godzin załadował 108 ton ładunku, a dźwig o mniejszej mocy w tym samym czasie 66 ton. Ile godzin musi pracować dźwig o mniejszej mocy, aby załadować 1485 ton ładunku?
18. W pewnym sześciokącie każde dwa kolejne boki są prostopadłe. Długości tych boków są liczbami 3, 5, 6, 8, 10, 16. Oblicz pole tego sześciokąta.
19. Kot i pies spotkali się na skrzyżowaniu dróg. Wymienili najświeższe wiadomości i poszli dalej drogami, które przecinały się pod katem prostym. Pies poruszał się z prędkością 6 km/ h, a kot zupełnie nie spieszył się i w ciągu godziny przechodził tylko 2,5 km . Po jakim czasie odległość między psem a kotem wynosiła 13 km ?
20. W miejscowości Wronie są dwie wieże odległe od siebie o 50 m jedna o wysokości 30 metrów i druga 40-metrowa. Pomiędzy nimi jest źródło, do którego w linii prostej zlatują w tym samym czasie ptaki z wierzchołków obu wież. Jaka jest odległość źródła od podstawy wyższej wieży?
21. Obwód prostokąta ma 112 cm. Dwusieczna jednego z jego kątów wewnętrznych dzieli dłuższy bok w stosunku 2:3. Oblicz długości boków tego prostokąta.
22. Trójkąt foremny i sześciokąt foremny mają równe pola. Oblicz stosunek obwodów tych wielokątów.
23. W okręgu o średnicy 12 cm poprowadzono cięciwę, której odległość od średnicy wznosi cm. Końce cięciwy połączono z końcami tej średnicy. Oblicz pole i obwód tej figury.
24. Czy w garnku o średnicy 24 cm zmieszczą się 4 słoiki o średnicy 10 cm każdy?
25. Na zewnątrz trójkąta prostokątnego równoramiennego o przyprostokątnych długości 4 cm zbudowano kwadraty. Jednym z boków każdego kwadratu jest bok tego trójkąta. Punkty przecięcia przekątnych kwadratów wyznaczają trójkąt. Oblicz pole tego trójkąta.
26. Który z równoległoboków wpisanych w prostokąt o bokach długości 6 i 8, o bokach równoległych do przekątnych tego prostokąta, ma największy obwód? Ile on wynosi?
27. Podstawa trapezu o ramionach długości 15 i 20 i wysokości 12 ma długość 50. Jaką długość może mieć druga podstawa?
28. Ela buduje dużą kostkę o wymiarach przy użyciu 32 białych i 32 czarnych sześcianów jednostkowych. Chciałaby, żeby na powierzchni tak uzyskanej kostki znajdowało się jak najwięcej białych ścian sześcianów jednostkowych. Jaka część całej powierzchni kostki będzie biała przy takim ustawieniu?

POWIATOWY KONKURS MATEMATYCZNY SZKÓŁ PODSTAWOWYCH

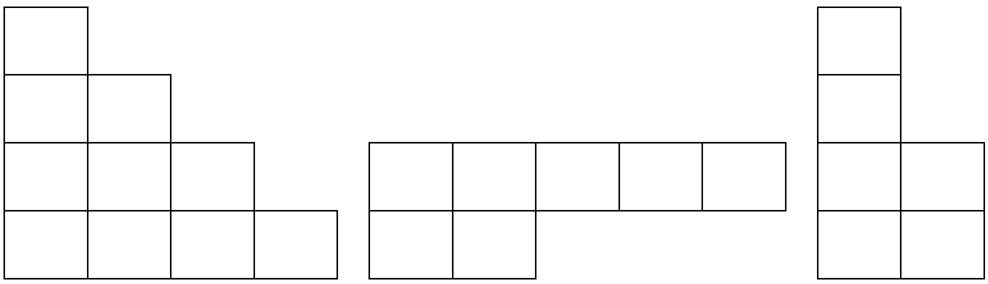
„W POGONI ZA INDEKSEM"

ZADANIA PRZYGOTOWAWCZE
rok szkolny 2019/2020

29. Dany jest głaz w kształcie sześcianu o objętości 216 $m^3$. Jakie będzie pole powierzchni tego głazu po odłupaniu od niego prostopadłościennego kawałka o wymiarach $1m \times 1m \times 1m$
30. Znajdź liczbę różnych płaszczyzn zawierających dokładnie cztery wierzchołki danego prostopadłościanu.
31. Karton o pojemności 1 litra jest częściowo wypełniony sokiem. Gdy stoi na ścianie o najmniejszym polu, poziom soku sięga do wysokości 8 cm, gdy na średniej ścianie- sok sięga poziom 4 cm, gdy na największej – 2 cm. Jaka jest objętość soku w kartonie?
32. Sześcian przecięto płaszczyzną. Na siatce sześcianu zaznaczono linią ślad tego przekroju. Jaką figurą jest ten przekrój?



33. Wszystkie trzy figury pokazują tę samą "piramidę" zbudowaną z drewnianych klocków sześciennych, oglądaną z trzech stron: z przodu, z góry i ze strony lewej. Z ilu klocków zbudowana jest ta piramida?



34. Jaką objętość ma sześcian, jeżeli jego pole powierzchni oraz suma długości wszystkich krawędzi wyrażają się tą samą liczbą odpowiednich jednostek?
35. Załóżmy, że każdą ścianę sześcianu można pomalować na biało lub na czarno. Ile kostek różniących się układem kolorów na ścianach można w ten sposób uzyskać. Rozwiązanie przedstaw, zaznaczając odpowiednio pola wybranej siatki.

Bibliografia:


1. Międzynarodowe zawody matematyczne Nabój, wyd. Omega
2. Liga zadaniowa, zadania wybrane, wyd. Aksjomat Toruń