

„W POGONI ZA INDEKSEM”

ZADANIA PRZYGOTOWAWCZE
rok szkolny 2017/2018

1. Pewien bogacz z okazji swoich urodzin postanowił obdarować pieniędzmi tych, którzy go o to poproszą. Przygotował do rozdania 2017 monet. Zarządził, że każdy obdarowany otrzyma co najmniej jedną monetę, ale jednocześnie każdy otrzyma inną liczbę monet. Jaka jest największa możliwa liczba osób, które można obdarować bogacz zgodnie z tymi zasadami?
2. Numery jakich lat XX wieku mogą być przedstawione w postaci $2^n - 2^k$, gdzie k, n są liczbami naturalnymi?
3. Pewna liczba całkowita przy dzieleniu przez 3 daje resztę 2, zaś przy dzieleniu przez 4 daje resztę 1. Jaka reszta daje ta liczba przy dzieleniu przez 12?
4. Wyznacz resztę z dzielenia liczby 3^{1999} przez 4.
5. Wiek pewnego obywatela w roku 1887 równał się sumie cyfr roku jego urodzenia. Ile miał on lat w 1887 roku?
6. Smok ma 2000 głów. Rycerz może ściąć jednym cięciem 33 głowy lub 21 głów lub 17 głów lub 1 główkę. Smokowi odrasta odpowiednio: 48,0,14,349 głów jednocześnie. Zostanie on zabity, jeżeli wszystkie głowy zostaną ścięte. Czy rycerz może zabić smoka?
7. Wiadomo, że $\frac{a}{a+b} = 2005$, oblicz $\frac{a^2 - b^2}{b^2}$
8. Rozwiąż równanie $\sqrt{2\sqrt{8\sqrt{x}}} = 16$.
9. W kwadracie o boku a ścięto naroża tak, że powstał ośmiokąt foremny. Oblicz pole powierzchni powstałego ośmiokąta.
10. W 1845 r. pan Walenty obchodził swoje urodziny. Powiedział wtedy: „Gdy mój wiek sprzed 15 lat pomnożę przez mój wiek za 15 lat, to otrzymam rok mojego urodzenia”. Ile lat ma jubilat?
11. W ubiegłym roku średnia wieku nauczycieli w szkole była równa ich liczbie. W tym roku jeden z pedagogów przeszedł na emeryturę, mając 62 lata. Mimo tego średnia wieku nadal jest równa liczbie nauczycieli. Ilu nauczycieli pracowało w szkole w tym roku?
12. Cenę towaru podniesiono najpierw o 30%, a po pewnym czasie tę nową cenę obniżono o 15%. O ile procent wzrosła cena początkowa w wyniku obu zmian?
13. W świeżych grzybach woda stanowi 95 % ich masy. Zawartość wody w suszonych grzybach wynosi 5 % ich masy. Ile trzeba zbierać świeżych grzybów, aby otrzymać 4 kg suszonych grzybów?

„W POGONI ZA INDEKSEM”

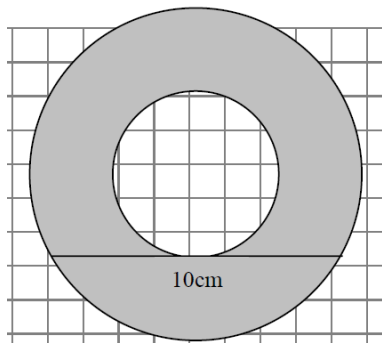
ZADANIA PRZYGOTOWAWCZE
rok szkolny 2017/2018



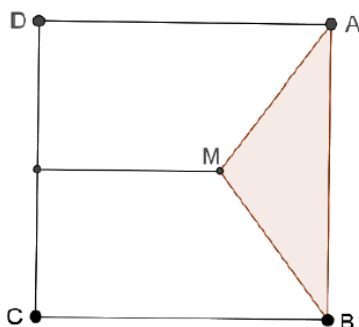
14. Pan Jurek ma w portfelu tylko banknoty o nominałach 100 zł i 200 zł i nie ma monet. Pan Jurek obliczył sobie, że średnia arytmetyczna wartości wszystkich banknotów wynosi 120 zł. Oblicz, jakim procentem wszystkich banknotów w portfelu są banknoty o nominale 100 zł.
15. Po dwukrotnej obniżce ceny pewnego towaru, za każdym razem o tyle samo procent, jego cena końcowa stanowiła 64% ceny początkowej. O ile procent każdorazowo obniżano cenę tego towaru?
16. W klasie 1a połowa uczniów gra w tenisa, 40% w siatkówkę, 10% uprawia obie dyscypliny. Jaka część uczniów klasy nie uprawia żadnej z wymienionych dyscyplin sportu?
17. Na egzaminie w pewnej szkole 12% uczniów nie rozwiązało zadania z geometrii, 32% uczniów zaczęło, ale otrzymało niepoprawny wynik, a 14 uczniów rozwiązało zadanie poprawnie. Ilu uczniów pisało egzamin w tej szkole?
18. Jeśli do basenu wpływa woda tylko rurą numer1, to basen napełni się w ciągu 3 godzin. Jeśli do basenu wpływa woda tylko rurą numer2, to basen napełni się w ciągu 6 godzin. Po ilu godzinach napełni się ten basen, gdy woda będzie wpływała do tego basenu jednocześnie obiema rurami?
19. Piotrek miał pełną szklankę soku pomarańczowego. Wypił $\frac{1}{2}$ tego soku i dolał w to miejsce wody do pełna. Następnie wypił 50% zawartości szklanki i ponownie uzupełnił ją wodą. Oblicz ile szklanek wody wypił Piotrek, jeśli ostatnią szklankę napoju wypił do dna.
20. Pewna kobieta żyła 90 lat. Iloczyn wszystkich czterech cyfr roku jej urodzenia jest równy 72. Rok śmierci różni się od roku urodzenia jedynie kolejnością dwóch środkowych cyfr, które są kolejnymi liczbami naturalnymi. Oblicz rok urodzenia się tej kobiety, jeśli pierwsza cyfra roku jej urodzenia jest równa 1. Rozważ wszystkie możliwe przypadki.
21. Kiedy Emil kupił swój pierwszy sportowy samochód i zatankował do pełna, za 50 litrów paliwa zapłacił 40 euro. Kiedy po kilku latach kupił samochód rodzinny i zatankował do pełna, za 40 litrów paliwa zapłacił 50 euro. O ile procent podrożało paliwo w tym czasie?
22. Jedno półkole na które rozcięto koło, przyjęto za siatkę powierzchni bocznej stożka. Czy z drugiego półkola można wyciąć podstawę dla tego stożka?



23. Oblicz pole zacieniowanej figury



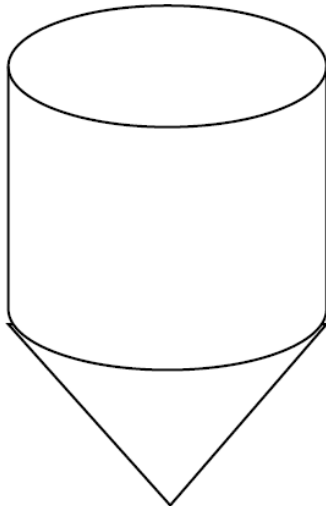
24. Wewnątrz kwadratu $ABCD$ obrano punkt M w równej odległości od boku CD i od wierzchołków A i B . Jaką część pola kwadratu stanowi pole trójkąta ABM ?



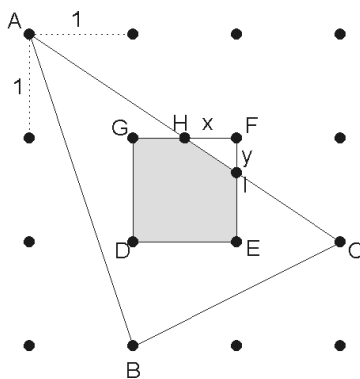
25. Na ogrodzonej kwadratowej łące o boku 10 m pasie się koza. Koza przywiązana jest łańcuchem o długości 10 m do jednego z rogów ogrodzenia. Po 10 dniach koza zjadła całą dostępną trawę, w związku z tym gospodarz przywiązał kozę do sąsiadującego rogu. Po zjedzeniu przez kozę całej dostępnej trawy gospodarz odwiązał kozę, tak, że mogła się paść na pozostałej części łąki. Na ile całych dni wystarczy jeszcze kozie trawy? Wykonaj rysunek w skali 1:100. Przyjmij, że bok pojedynczej kratki ma długość 5 mm.
26. Przekątne ścian prostopadłościanu są równe 13 cm, 20 cm, $\sqrt{281}$ cm. Oblicz objętość tego prostopadłościanu.
27. Pięciokąt ma wszystkie boki równe 10 cm oraz dwa kąty proste. Oblicz pole tego pięciokąta. Rozważ wszystkie możliwe przypadki.
28. Czy kwadratowy arkusz brystolu o polu powierzchni równym 81 dm^2 wystarczy, aby skleić model czworościanu foremnego o polu powierzchni całkowitej równym 18 dm^2 ? Odpowiedź uzasadnij.
29. W naczyniu o kształcie walca o promieniu podstawy $r = 3 \text{ cm}$ i wysokości $h = 10 \text{ cm}$ znajduje się ciecz. Do naczynia włożono kulkę o promieniu $R = 3 \text{ cm}$. Okazało się, że kulka całkowicie zanurzyła się w cieczy i jest styczna do powierzchni cieczy. Jaka była wysokość cieczy w naczyniu przed włożeniem kulki?



30. Zbiornik na wodę ma kształt walca zakończony w dolnej części stożkiem (jak na rysunku). Część w kształcie walca ma wysokość 2,4 m i średnicę 1 m, stożkowy lej — tworzącą długości 1,3 m. Na początku miesiąca woda wypełniała ten zbiornik do 23 całkowitej wysokości. Po 10 dniach pozostało zaledwie 16 tej wysokości. Ile litrów wody wyniosło średnie zużycie na dzień w tym czasie? Przyjmij $\pi = 3,14$.



31. Dany jest równoległobok o krótszym boku równym 5 oraz krótszej wysokości (łącej dłuższe boki) wynoszącej 4. W równoległobok ten wpisano dwa wzajemnie styczne okręgi tak, że pojedynczy okrąg styka się z jednym krótkim bokiem oraz obydwoma dłuższymi bokami równoległoboku. Oblicz obwód równoległoboku.
32. Oblicz pole zacieniowanej na szaro figury DEIG - części wspólnej trójkąta ABC i kwadratu DEFG. Odległość między dwoma punktami kratowymi wynosi 1.



LITERATURA:

- „Na olimpijskim szlaku” zadania dla kółek matematycznych w szkołach podstawowych i gimnazjach H.Pawłowski,
- „Liga zadaniowa” - zbiór zdań dla uczniów zainteresowanych matematyką Z.Bobiński, P. Nodzyński, M.Uscki
- „Koło Matematyczne w Gimnazjum” - Z. Bobiński; P. Nodzyński; M. Uscki